

Fonctions trigonométriques – Fiche de cours

1. Fonction cos x

a. Définition et propriétés

$\cos x$ est l'abscisse d'un point M situé sur le cercle trigonométrique

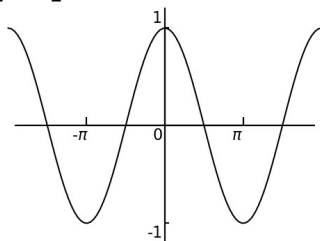
- **domaine de définition**: $\cos x$ est définie $\forall x \in \mathbb{R}$
- **propriété**: $\forall x \in \mathbb{R} \quad -1 \leq \cos x \leq 1$
- **périodicité**: $\cos x = \cos(x + 2\pi)$ fonction 2π -périodique
- **parité**: $\cos x = \cos(-x)$ fonction paire
- **signe**: $\cos x \geq 0$ pour $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
- **dérivée**: $(\cos x)' = -\sin x \quad (\cos(u))' = -u' \cdot \sin(u)$
- **limite**: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} = 0$

b. Tableau de variations

Etude réduite à $x \in [0; \pi]$ car $\cos x$ fonction paire et 2π -périodique

x	0	π
$f'(x) = -\sin(x)$		-
$f(x) = \cos(x)$	1	-1

c. Représentation graphique



d. Autres formules

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad \cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

2. Fonction sin x

a. Définition et propriétés

$\sin x$ est l'ordonnée d'un point M situé sur le cercle trigonométrique

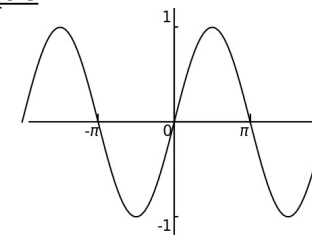
- **domaine de définition**: $\sin x$ est définie $\forall x \in \mathbb{R}$
- **propriété**: $\forall x \in \mathbb{R} \quad -1 \leq \sin x \leq 1$
- **périodicité**: $\sin x = \sin(x + 2\pi)$ fonction 2π -périodique
- **parité**: $\sin x = -\sin(-x)$ fonction impaire
- **signe**: $\sin x \geq 0$ pour $x \in [0; \pi]$
- **dérivée**: $(\sin x)' = \cos x \quad (\sin(u))' = u' \cdot \cos(u)$
- **limite**: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

b. Tableau de variations

Etude réduite à $x \in [0; \pi]$ car $\sin x$ fonction impaire et 2π -périodique

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$f'(x) = \cos(x)$		+	-
$f(x) = \sin(x)$	-1	1	-1

c. Représentation graphique



d. Autres formules

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \quad \sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

3. Fonction tan x

a. Définition et propriétés

$\tan x$ est le rapport de l'ordonnée et de l'abscisse d'un point M situé sur le cercle trigonométrique : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

- **domaine de définition** : $\tan x$ est définie $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

- **périodicité** : $\tan x = \tan(x + \pi)$ fonction π -périodique

- **parité** : $\tan x = -\tan(-x)$ fonction impaire

- **dérivée** : $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$ $(\tan u)' = u'(1 + \tan^2 u)$

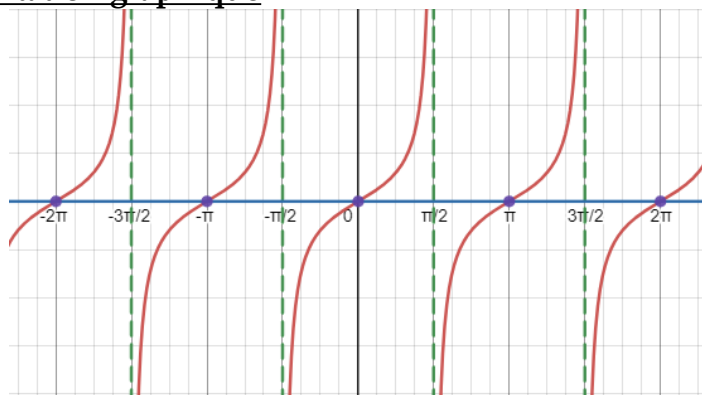
- **limite** : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$

b. Définition et propriétés

Etude réduite à $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$ car $\tan x$ fonction impaire et π -périodique

x	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
$(\tan x)'$	+	
$\tan x$	$-\infty$	$+\infty$

c. Représentation graphique



d. Autres formules

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \quad \tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$