Intégration sur un segment – Fiche de cours

1. Les primitives usuelles

a. Définition

On dit que F est une primitive de f sur I lorsque F est dérivable sur I avec F'=f

Toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives sur cet intervalle (à une constante d'intégration près)

b. Primitives usuelles

Fonction	Primitive	Intervalle
$f(x)=x^n$	$F(x)=\frac{x^{n+1}}{n+1}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\frac{1}{x}$	$F(x)=\ln\lvert x\rvert$	$\mathbb{R}^*$
$f(x)=\frac{1}{\cos^2 x}=1+\tan^2 x$	$F(x)=\tan x$	$\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2}\right\}$
$f(x)=\frac{1}{1+x^2}$	$F(x)=\arctan x$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$F(x)=\arcsin x$	$]-1;1[$
$f(x)=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$F(x)=\arccos x$	$]-1;1[$
$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$F(x)=Argcosh\, x$	$[1;+\infty[$
$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$F(x)=Argsinh\, x$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\frac{1}{1-x^2}$	$F(x)=Argtanh\, x$	$]-1;1[$

c. Composition de fonctions

Une primitive de $u'\cdot f(u)$ est $F(u)$

- Valeur moyenne

Sur un intervalle [a ;b] :

$$\mu=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

- Primitive et intégrale

Une intégrale est définie par la relation :

$$A=\int_a^b f(t)dt=[F(t)]_a^b=F(b)-F(a)$$

2. Intégration par partie

$$\int_a^b uv'=[uv]_a^b-\int_a^b u'v$$

3. Méthodes pour déterminer la primitive

Selon le cas on peut être amené :

- à décomposer les fractions en éléments simples
- linéariser les fonctions trigonométriques
- utiliser plusieurs fois l'intégration par partie
- poser un changement de variable adapté