Circuits RC et RL – Exercices - Devoirs

Exercice 1

Dans le schéma de la figure 3, on ferme l'interrupteur K en position 1 au temps t = 0. Quand u_{AB} = 10 V, on bascule l'interrupteur en position 2.
On donne : E = 10 V ; $R_1 = R_2$ = 10 MΩ; L = 10 mH. Au temps t = 0, la bobine est entièrement "déchargée".

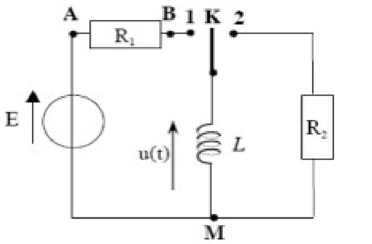


Figure 3

1) **L'interrupteur est en position « 1 »**
   a. Etablir l'équation différentielle donnant la variation du courant $i(t)$ et en déduire l'expression du courant $i(t)$ dans la bobine en fonction du temps.
   b. Représenter la courbe du courant $i(t)$ en faisant apparaître la constante de temps τ_1 . Donner l'expression et la valeur de $i(t)$ pour un temps infini.
   c. Soit le temps t_1 tel que $i(t_1) = 0{,}99\ i_{Max}$. Etablir l'expression de t_1 en fonction de τ_1.
   d. Donner l'expression de l'énergie stockée dans la bobine sur un temps infini.

2) **L'interrupteur est en position « 2 »** On suppose dans cette partie que t = 0 quand l'interrupteur bascule en « 2 ».
   a. Etablir l'équation différentielle donnant la variation du courant $i(t)$ et en déduire l'expression du courant $i(t)$ dans la bobine en fonction du temps.
   b. Représenter la courbe du courant $i(t)$ en faisant apparaître la constante de temps τ_2.
   c. Calculer l'énergie fournie par la bobine. En déduire l'énergie dissipée dans la résistance R_2.

Exercice 2

On souhaite stocker de l'énergie dans un condensateur de capacité élevée (C = 10 F) puis utiliser cette énergie pour allumer une lampe.

1) Etude de la charge du condensateur
   Le condensateur est chargé au moyen d'une cellule photovoltaïque qui, vue du condensateur, se comporte comme une source de courant idéale (I_0 = 200 mA).
   a. Dessiner le circuit correspondant à la charge du condensateur.
   b. Donner l'expression de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur, le condensateur étant initialement déchargé.
   c. En déduire le temps t_1 nécessaire pour que $u_c(t_1)$ = 3 V (valeur maximale de u_c).
   d. Calculer l'énergie stockée pendant la charge.

2) Etude de la décharge du condensateur
   Le condensateur chargé est à présent relié à une lampe que l'on assimile à une résistance R_L = 5 Ω. La lampe reste allumée si la tension à ses bornes est supérieure ou égale à 1 V. On suppose dans cette partie que $u_c(t=0)$ = 3 V.
   a. Dessiner le circuit correspondant à la décharge du condensateur.
   b. Donner l'expression de la tension $u_c(t)$.
   c. Calculer le temps t_2 au bout duquel la lampe va s'éteindre. En déduire l'énergie E_C fournie par le condensateur ainsi que l'énergie E_L dissipée dans la lampe pendant cette durée.

Exercice 3

On considère les circuits de la figure 4 ci-dessous pour lesquels E = 10V, R_1 = 5Ω et R_2 = 10Ω, C = 40 µF et L = 50 mH.
Calculer les tensions aux bornes de chaque dipôle quand le régime permanent est établi.

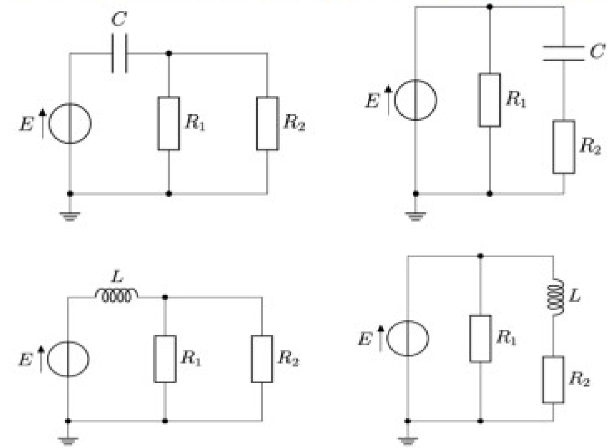


Figure 4

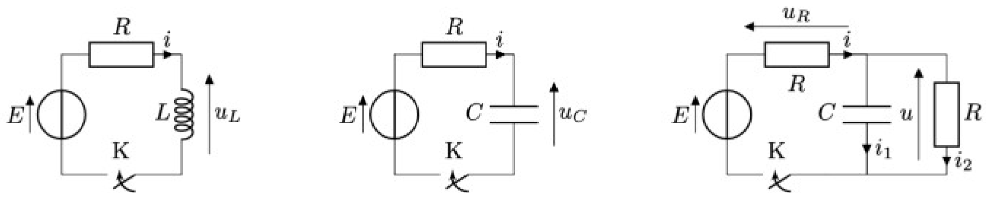
Exercice 4

Répondre par Vrai ou Faux

1. La tension aux bornes d'un condensateur peut subir une discontinuité.
2. La solution particulière d'un circuit du premier ordre est aussi la solution en régime permanent.
3. La tension aux bornes d'une bobine peut subir une discontinuité.
4. La durée du régime transitoire est d'environ 3τ .
5. La solution homogène d'une E.D linéaire du premier ordre est $Ae^{+t/\tau}$
6. La charge d'un condensateur peut subir une discontinuité.
7. La solution de l'équation homogène (sans second membre) d'un système du premier ordre a toujours la même forme.
8. La constante de temps d'un circuit composé d'un condensateur et d'une résistance est homogène au produit RC

Exercice 5

On considère trois circuits constitués de générateurs de tension de fém constante E, de conducteurs de résistance R ainsi que de condensateurs de capacité C et d'une bobine d'inductance L. L'interrupteur K est ouvert pour $t < 0$ et fermé pour $t > 0$. Tous les condensateurs sont initialement déchargés.

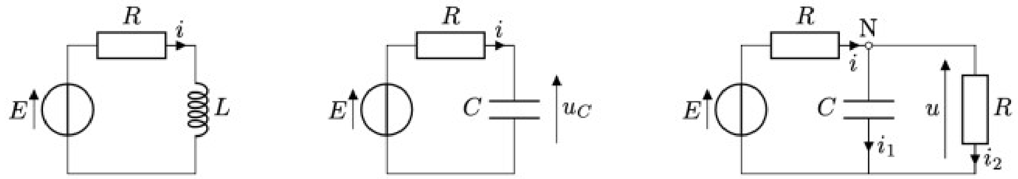


(1) (2) (3)

1. Exprimer $i(0^+)$ et $u_L(0^+)$ pour le circuit (1).
2. Exprimer $i(0^+)$ pour le circuit (2).
3. Exprimer $u_R(0^+)$ et $i_1(0^+)$ pour le circuit (3).

Exercice 6

On cherche à obtenir l'équation différentielle qui régit le comportement d'une grandeur électrique dans chacun des circuits suivants. Cette équation devra être donnée sous forme canonique.



(1) (2) (3)

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ dans le circuit (1).
2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$ et $i(t)$ dans le circuit (2).
3. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ dans le circuit (3).

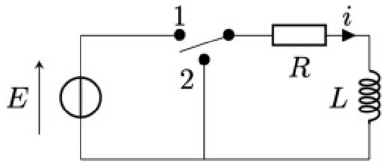
Exercice 7

▷ Résoudre les équation différentielles suivantes. N'oubliez pas d'exprimer une solution particulière avant d'appliquer les conditions initiales !

1. $\dfrac{du_c}{dt} + \dfrac{1}{\tau}u_c = \dfrac{E}{\tau}$ avec $u_c(0) = 0$.
2. $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{\tau}i = 0$ avec $i(0) = \dfrac{E}{R}$
3. $\dfrac{du}{dt} + \dfrac{1}{\tau}u = \dfrac{E}{2\tau}$ avec $u(0) = \dfrac{E}{2}$

Exercice 8

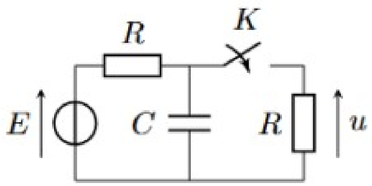
On branche en série un générateur de f.e.m. $E = 5$ V, un interrupteur trois positions, un conducteur ohmique de résistance $R = 1k\Omega$ et une bobine d'inductance $L = 100$ mH. À l'instant $t = 0$, on passe l'interrupteur de la position 1 à la position 2.



1. Établir l'équation différentielle vérifiée par le courant i parcourant la bobine.
2. Indiquer sans calcul si le régime permanent est atteint au bout de 10 μs, 200 μs et 20 ms.
3. La résoudre après avoir déterminé les conditions initiales. Tracer l'allure du courant $i(t)$.
4. Montrer que l'énergie initialement stockée dans la bobine est dissipée par effet Joule dans la résistance.

Exercice 9

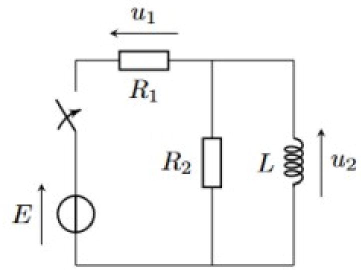
Considérons le circuit représenté ci-dessous, dans lequel l'interrupteur K est brusquement fermé à $t = 0$. Le générateur est une source idéale de tension.



▷ Trouver l'expression de la tension $u(t)$ et tracer son allure.

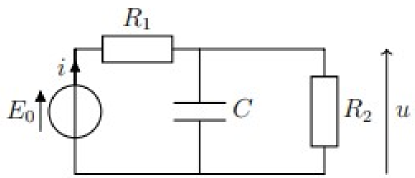
Exercice 10

Considérons le circuit ci-contre, dans lequel l'interrupteur, ouvert depuis très longtemps, est fermé à $t = 0$. Le générateur est supposé idéal.



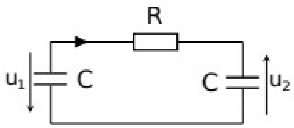
1. Déterminer les valeurs asymptotiques de u_1 et u_2 (régime permanent).
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par u_2 pour $t > 0$.
3. Déterminer les valeurs à $t = 0^-$ et $t = 0^+$ des tensions u_1 et u_2.
4. Résoudre l'équation différentielle pour obtenir l'expression de $u_2(t > 0)$.
5. Tracer l'allure de $u_2(t)$. Identifier sur la courbe le régime transitoire et le régime permanent.
6. Calculer le temps t_{10} au bout duquel la tension u_2 est divisée par 10.
7. On mesure $t_{10} = 3{,}0$ ms pour $R_1 = 1{,}0$ kΩ et $R_2 = 5{,}0.10^2\ \Omega$. En déduire (sans calculatrice) la valeur de L, sachant que $1/\ln(10) \approx 0{,}43$.

Exercice 11



Établir l'équation différentielle satisfaite par u. L'écrire sous forme canonique et identifier le paramètre τ.

Exercice 12



Pour $t < 0$, le condensateur 1 est chargé (tension U_0) et le condensateur 2 ne l'est pas (tension nulle). À $t = 0$ on ferme le circuit.

1 - Montrer que $\forall\, t$, $u_2(t) = u_1(t) - U_0$.

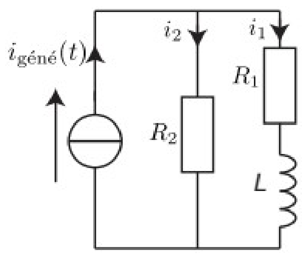
2 - Établir que l'équation différentielle portant sur u_1 est $\frac{du_1}{dt} + \frac{u_1}{\tau} = \frac{U_0}{2\tau}$ avec τ une constante dont on donnera l'expression.

3 - Vers quelle expression tend $u_1(t)$ aux temps longs ? Et $u_2(t)$?

4 - Faire un bilan d'énergie : que vaut l'énergie initiale stockée dans les condensateurs ? Et l'énergie finale ? Où est partie la différence ? Ce processus de transfert de charge est-il efficace ?

Exercice 13

Le circuit que l'on considère est soumis à un échelon de courant délivré par un générateur idéal de courant tel que :



$$\begin{cases} i_{\text{géné}} = 0 \text{ pour } t < 0 \\ i_{\text{géné}} = I_0 \text{ pour } t > 0 \end{cases}$$

1 - Que valent les courants i_1 et i_2 pour $t < 0$? En déduire que $i_1(0^+) = 0$. Que vaut $i_2(0^+)$?

2 - Montrer que pour $t \geq 0$ l'intensité $i_1(t)$ obéit à l'équation $\frac{di_1}{dt} + \frac{i_1}{\tau} = \frac{R_2 I_0}{L}$ avec τ un paramètre dont on précisera l'expression en fonction de L, de R_1 et R_2.

Quelle est l'unité de τ ?

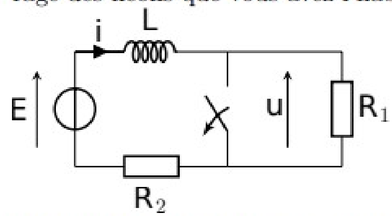
3 - En déduire l'expression de l'intensité $i_1(t)$ qui traverse la bobine.

4 - Tracer l'allure de la courbe de $i_1(t)$. On fera apparaître les valeurs remarquables.

Quel est le paramètre qui donne l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire ?

Exercice 14

L'objectif de cet exercice est d'étudier la surtension qui apparaît aux bornes de l'interrupteur lorsqu'on ouvre un circuit inductif. Ce phénomène est par exemple utilisé pour amorcer l'éclairage des néons que vous avez l'habitude de voir tous les jours au plafond du lycée et ailleurs.



On considère donc le circuit ci-contre, qui comporte une bobine. L'interrupteur sera d'abord considéré fermé, puis brusquement ouvert. On s'intéressera à la tension u pour voir si notre modélisation prédit quelque chose de remarquable.

On prendra $E = 10\,\text{V}$, $L = 1.0\,\text{H}$, $R_1 = 50\,\text{k}\Omega$, $R_2 = 1.0\,\text{k}\Omega$.

Dans un premier temps, on considère que l'interrupteur est fermé depuis longtemps, si bien que le régime permanent est atteint.

1 - Que vaut l'intensité du courant dans la bobine ? Et la tension u ?

Dans un second temps on ouvre l'interrupteur. On définit l'instant $t = 0$ comme celui où l'interrupteur est brusquement ouvert.

2 - Déterminer, sans résoudre d'équation différentielle, la valeur de l'intensité qui traverse la bobine une fois le régime permanent atteint. On notera i_∞ cette valeur. En déduire la valeur u_∞ de u au bout d'un temps long.

3 - Que vaut la valeur de i à $t = 0^+$, juste après l'ouverture de l'interrupteur ? On la notera $i(0^+)$.

En déduire la valeur $u(0^+)$ de la tension aux bornes de l'interrupteur juste après l'ouverture de l'interrupteur. Commentaires ?

4 - Vers quoi tend cette valeur si la résistance R_1 est absente ? Justifier alors que l'on observe une étincelle à l'ouverture du circuit.

On étudie maintenant le régime transitoire qui suit l'ouverture de l'interrupteur.

5 - Montrer que $i(t) = \frac{E}{R_1 + R_2}\left(1 + \frac{R_1}{R_2} e^{-t/\tau}\right)$ avec $\tau = \frac{L}{R_1 + R_2}$.

En déduire l'expression de $u(t)$, et tracer l'allure de $u(t)$ sur un graphique.

Exercice 15

"Le premier bateau électrique au monde alimenté à 100% par des supercondensateurs vient d'être baptisé ce mercredi 18 septembre 2013 à Lorient. Ce transbordeur électrique fera la navette entre Lorient et Pen-Mané (Locmiquélic). La capacité des supercondensateurs est suffisante pour un alimenter les deux moteurs de 100 chevaux chacun sur un aller-retour. La recharge des supercondensateurs se fait pendant le chargement et le déchargement des passagers à terre en seulement 4 minutes. Elle se fait à l'aide d'un connecteur à deux broches à une tension de 400 V. Le bateau est équipé de 100 supercondensateurs en parallèle de grande capacité (modules) pour un poids total de 6 tonnes réparti dans les deux coques du catamaran. Celui-ci va pouvoir effectuer chaque jour 28 aller-retours, à raison d'un par demi-heure, pour un trajet de 7 minutes entre Lorient et Locmiquélic, de l'autre côté de la rade."

1 - Pour que le bateau puisse assurer son service de transport correctement, comment les ingénieurs ont-ils dû dimensionner les super-condensateurs et la résistance du circuit de charge ?

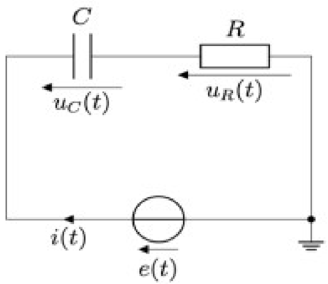
Données :
– Un cheval vapeur correspond à une puissance de 735 W.
– Les N condensateurs de capacité C montés en parallèle sont équivalents à un seul condensateur de capacité $C_{tot} = N \times C$.

Exercice 16

On alimente le dipôle RC série de la figure ci-contre par un échelon de tension e(t), tel que :

e(t) = 0 pour t < 0
e(t) = E pour t ≥0

On donne E = 12 V, R = 10 Ω, C = 0.1 F



1. Ecrire la relation entre le courant i(t) et la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

2. Déterminer l'équation différentielle reliant e(t) à $u_C(t)$.

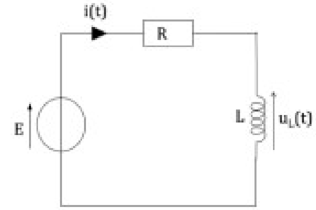
3. Déterminer $u_C(t)$ sachant que $u_C(t=0) = 3$ V à l'instant t = 0.

4. Déterminer $u_R(t)$

5. Tracer les allures de $u_C(t)$ et $u_R(t)$ en identifiant les principales grandeurs (constante de temps, valeurs limites, temps de charge complète)

Exercice 17

Sur le circuit représenté ci-contre, la source de tension E est allumée à $t = 0$ s. La bobine est déchargée à l'instant initial. On donne : $E = 10$ V, $R = 100\ \Omega$ et $L = 200$ mH.



1. Établir l'équation différentielle donnant la variation du courant *i(t)* en faisant apparaitre la constante de temps τ. Donner l'expression et la valeur numérique de τ.

2. Résoudre cette équation et donner l'expression de *i(t)*.

3. Déterminer l'expression de la tension $u_L(t)$.

4. Calculer l'énergie stockée dans la bobine pendant l'établissement complet du courant.

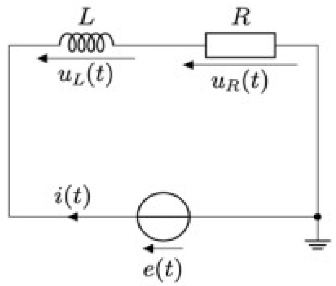
5. Au bout de combien de temps le courant est-il égal à 95 mA (on donne ln (20) = 3) ?

Exercice 18

On alimente le dipôle RL série de la figure ci-contre par un échelon de tension e(t), tel que :

e(t) = 0 pour t < 0
e(t) = E pour t ≥0

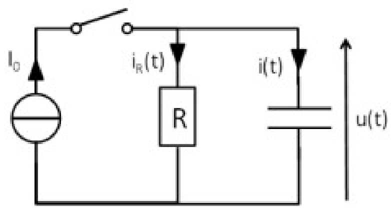
On donne E = 12 V, R = 10 Ω, L = 10 mH



1. Ecrire la relation entre le courant i(t) et la tension $u_L(t)$ aux bornes de l'inductance.
2. Déterminer l'équation différentielle reliant e(t) à i(t).
3. Déterminer i(t) sachant que i(t=0) = 3 A à l'instant t = 0.
4. Déterminer $u_R(t)$ et $u_L(t)$
5. Tracer les allures de $u_L(t)$ et $u_R(t)$ en identifiant les principales grandeurs (constante de temps, valeurs limites, temps de charge complète)

Exercice 19

On considère le circuit ci-contre constitué d'une source de courant I_0=2A, d'une résistance R=2Ω et d'un condensateur C=10mF initialement déchargé.



1. Exprimer, en fonction de la tension u(t), les courants i(t) et $i_R(t)$ qui traversent respectivement le condensateur C et la résistance R.
2. En déduire que l'équation différentielle qui gouverne l'évolution de la tension u(t) se met sous la forme suivante où vous exprimerez τ en fonction des grandeurs du problème.

$$\frac{du(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}u(t) = \frac{RI_0}{\tau}$$

3. Résoudre l'équation différentielle et déterminer la tension u(t).
4. Déterminer l'évolution du courant i(t) qui traverse le condensateur.
5. Calculer l'énergie emmagazinée par le condensateur entre les instants t_0=0s et t_∞.
6. Calculer la charge totale du condensateur.
7. Déterminer le courant $i_R(t)$ qui traverse la résistance R en régime permanent.