

Estimations ponctuelles – Exercices

Exercice 1 corrigé disponible

Le staff médical d'une grande entreprise réalise ses statistiques sur le nombre de kilomètres parcourus pour se rendre à son travail en réalisant un échantillonnage sur 15 employés

Nombre de kilomètres	Nombre de personnes
20	5
25	3
30	2
40	5

Aide aux calculs : $\sqrt{\frac{530}{7}} \approx 9$; $\sqrt{15} \approx 4$

1. Calculer la moyenne m et l'écart type s de cet échantillon
2. Estimer la moyenne et l'écart-type pour la population de cette entreprise
3. Déterminer un intervalle de confiance à 95,5% pour la moyenne

QCM 2 corrigé disponible

A propos de l'intervalle de pari :

- A. Le principe est de partir de la proportion vraie qui existe dans une population pour découvrir la proportion observée dans un échantillon. C'est donc une estimation ponctuelle.
- B. L'intervalle de pari : observation expérimentale vers une valeur théorique car on prend un risque de passer de l'expérience à la théorie.
- C. Plus on prend de risque plus l'intervalle de pari sera grand.
- D. Si on prend un risque $\alpha = 0,05\%$, alors la valeur u_α correspondante dans la loi centrée réduite de paramètre (0;1) sera 1,96.
- E. Un intervalle de pari à 95% signifie qu'on a une probabilité de 95% d'obtenir des échantillons qui auront une probabilité comprise dans cet intervalle.

QCM 3 :

On dispose d'un échantillon représentatif de 100 étudiants de PACES. On mesure leur créatinémie et on obtient la moyenne de 120 $\mu\text{moles/litre}$ et l'écart-type de 10 $\mu\text{moles/litre}$. Pour les calculs, on approchera la valeur 1,96 par 2.

- A. L'intervalle de confiance est défini comme l'intervalle qui, avec un risque choisi, va contenir la vraie valeur de la variable.
- B. IC95% : [110;120].
- C. IC95% : [118;122].
- D. D'après l'intervalle de confiance trouvé, on peut affirmer que 95% des étudiants de PACES ont une créatinémie comprise entre les deux valeurs.
- E. L'intervalle de pari peut également être mesuré à partir des valeurs de l'échantillon.

QCM 4 :

Concernant la théorie de l'échantillonnage, quelle(s) est(sont) la(les) réponse(s) exacte(s):

- A. Le biais est défini comme la différence moyenne entre la valeur moyenne de l'estimateur et la quantité qu'il estime.
- B. Dans le tirage aléatoire, on part de la population N pour faire deux échantillons de taille égale à $N/2$.
- C. Dans le cas d'une variable binaire, on peut estimer la variance avec la formule $s^2 = p(p-1)$.
- D. Le risque choisi ainsi que l'effectif de l'échantillon sont des facteurs influençant l'intervalle de confiance.
- E. Intervalle de confiance de la moyenne μ dans un échantillon de taille n , au risque α :

$$\left[\mu - u_\alpha \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} < m < \mu + u_\alpha \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \right]$$

QCM 5 :

A propos des intervalles de pari et des intervalles de confiance :

- A. Un intervalle de pari se calcule avec la moyenne et l'écart type de la population générale.
 - B. L'intervalle de pari n'est influencé que par l'effectif de l'échantillon et le risque choisi.
- On s'intéresse à un groupe de 101 personnes pratiquant de la danse. La moyenne d'âge est de 40 ans. La variance dans le groupe est de 16 ans.**
- C. L'intervalle de confiance, avec un risque de première espèce de 5%, de l'âge de cet échantillon est de [39,1;40,9] (arrondi au dixième)
 - D. L'intervalle de confiance, avec un risque de première espèce de 5%, de l'âge de cet échantillon est de [36;44].
 - E. Si on réduit le risque de première espèce, on augmente la taille de l'intervalle de confiance.

QCM 6 :**A propos de l'échantillonnage :**

- A. La population source est la population sur laquelle on généralise les observations.
- B. Un échantillon non représentatif introduit un biais dans l'observation.
- C. L'augmentation du nombre de personne dans un échantillon ne réduit pas un biais.
- D. La randomisation est le tirage au sort aléatoire d'un sous groupe dans un groupe de départ.
- E. Plus on augmente le nombre d'échantillons plus on augmente la probabilité d'observer au moins un échantillon extrême.

QCM 7 :**A propos des intervalles de confiances et des intervalles de pari :**

- A. Les deux s'intéressent à l'intervalle contenant une moyenne.
- B. L'intervalle de confiance est l'intervalle au risque α près contenant la moyenne dans la population générale.
- C. L'intervalle de pari est l'intervalle au risque α près contenant la moyenne dans la population générale.
- D. La variance dans l'intervalle de pari est égale à la variance de la variable sur le nombre de personne dans l'échantillon.
- E. Pour pouvoir calculer l'intervalle de confiance et l'intervalle de pari, il faut être sûr que la variable suit une loi normale.

QCM 8 :

On souhaite connaître la moyenne de la taille dans une population P. Dans un échantillon de 100 personnes, on calcule une taille moyenne de 1m70. La variance estimée de cette variable est de 4 cm. Pour simplifier, on approche $P(Z\alpha > |Z|) = 2$ pour $\alpha = 0,025$:

- A. L'intervalle de confiance est $[170 - 0,2; 170 + 0,2]$.
- B. L'intervalle de confiance est $[170 - 4; 170 + 4]$.

N'étant pas contents de notre intervalle de confiance, on calcule le nombre de personnes à inclure dans notre échantillon pour avoir un intervalle de confiance de 2 mm d'étendue :

- C. La formule pour calculer ce nombre est $n = \frac{u_\alpha \cdot s^2}{\Delta^2}$ avec $u_\alpha = P(Z\alpha > |Z|)$, s^2 est l'écart type estimé et $\Delta = \frac{\text{étendue}}{2}$.
- D. Il faut un échantillon de 2 000 personnes.
- E. Il faut un échantillon de 400 personnes.

QCM 9 :

On a examiné un échantillon représentatif de 300 personnes, afin de déterminer la prévalence des déficits auditifs dans la population des salariés d'une usine. Le résultat publié à la suite de cette enquête est présenté de la façon suivante : 12% (8%-16%). Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses :

- A. Il peut s'agir d'un intervalle de pari
- B. Il peut s'agir d'un intervalle de confiance
- C. Il peut s'agir d'une estimation ponctuelle, sur un seul échantillon
- D. Il manque une précision, concernant le risque choisi (par exemple 5%)
- E. 8 et 12% sont les valeurs extrêmes que pourrait prendre la valeur vraie de la prévalence dans la population

QCM 10 :

Le nombre d'heures de sommeil par nuit des étudiants en PACES varie considérablement. On a un échantillon représentatif aléatoire de 100 PACES. Sur cet échantillon, la moyenne d'heures de sommeil par nuit est de 7 heures et l'écart type est de 4 heures.

Pour les calculs, on approchera la valeur 1,96 par 2.

- A. On considère que la moyenne du nombre d'heure de sommeil des individus de l'échantillon suit une loi Normale.
- B. L'intervalle de confiance à 95% du nombre d'heures de sommeil moyen des PACES est $[6,6 ; 7,4]$.
- C. L'intervalle de confiance à 95% du nombre d'heures de sommeil moyen des PACES est $[6,2 ; 7,8]$.
- D. 95% des PACES ont un nombre d'heures de sommeil par nuit compris entre 6,2 et 7,8 heures
- E. Dans certaines conditions, l'intervalle de confiance se calcule en utilisant la loi de Student.

QCM 11 :

pour déterminer le nombre de McFlurry consommé par an à Toulouse, une entreprise décide de constituer un échantillon représentatif de 100 individus. La moyenne observée est de 25 McFlurry, l'écart type observée est de 10 McFlurry. Pour faciliter les calculs, on approchera la valeur 1,96 par 2.

- A. L'intervalle de confiance à 95% du nombre moyen de McFlurry mangé à Toulouse est $[23 ; 27]$.
- B. On a 95% de chance que le nombre moyen de McFlurry mangé par les individus de l'échantillon soit compris entre 23 et 27.
- C. On a 2,5% de chance qu'un toulousain mange moins de 23 McFlurry par an.
- D. Le nombre d'individu qu'il faudrait pour constituer un échantillon représentatif dans l'objectif d'obtenir un intervalle de confiance d'amplitude 2 est de 400 individus.
- E. On pourrait aussi calculer un intervalle de pari à partir de l'échantillon de l'énoncé.

QCM 12 :

Un pharmacien s'intéresse à la fréquence d'une certaine maladie dans sa clientèle. Les biostatisticiques lui semblant loin, il estime que cette fréquence est de 20% dans sa clientèle. Pour l'aider, vous consultez les fiches de 900 de ses patients et trouvez 90 patients atteints de cette maladie. (Pour ces calculs, on approchera 1,96 par 2 et on prendra un $s = 0,3$) :

- A. Après calcul, vous pouvez lui dire que la prévalence n'est pas de 20%.
- B. L'intervalle de confiance de la prévalence (au risque 5%) est environ $[0,08 ; 0,12]$.
- C. L'intervalle de confiance de la prévalence (au risque 5%) est environ $[0,17 ; 0,23]$.
- D. L'intervalle de pari de la prévalence (au risque 5%) est environ $[0,08 ; 0,12]$.
- E. L'intervalle de pari de la prévalence (au risque 5%) est environ $[0,17 ; 0,23]$.

QCM 13 :**Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes :**

- A. L'intervalle de pari est une observation expérimentale vers une valeur théorique.
- B. L'intervalle de confiance est une observation expérimentale vers une valeur théorique.
- C. Les résultats de la population source sont généralisées à partir de ceux de la population cible.
- D. Un intervalle de confiance se définit comme un intervalle tel qu'avec un risque choisi il va contenir la vraie valeur de la variable.
- E. Les valeurs m et s^2 sont respectivement des estimations de la moyenne et de la variance, utilisées dans le calcul d'intervalle de confiance, car dans ce cas-là on ne connaît pas les valeurs vraies de la population cible.

QCM 14 :

On s'intéresse au gain de poids dans un échantillon de 64 personnes mangeant au McDo tous les jours, pendant 2 ans. On sait que la moyenne de gain de poids dans la population générale est de 110 kgs et l'écart type $s = 20$ kgs. L'intervalle de pari à 68% de la moyenne observée dans l'échantillon est [107,5 ; 112,5].

- A. Il y a 95% de chances que le gain de poids moyen de la population de l'échantillon soit compris entre 107,5 kgs et 112,5 kgs.
- B. 68% de la population de l'échantillon a un gain de poids compris entre 107,5 et 112,5 kgs.
- C. Si on prend un échantillon de taille plus importante, l'intervalle sera plus petit.
- D. L'intervalle de confiance permet de prédire les valeurs d'un échantillon à partir de celles de la population générale.
- E. L'intervalle de confiance à 95% de cet échantillon est [105 ; 115].

QCM 15 :

Un étudiant en PACES travaille en moyenne 2700 heures par an, avec un écart-type de 60 heures. On tire au sort un échantillon de 400 PACES. (On arrondira 1,96 par 2) :

- A. L'intervalle de pari 95% du nombre d'heures de travail dans l'échantillon est [2640; 2760]
- B. L'intervalle de confiance 95% du nombre d'heures de travail dans l'échantillon est [2694; 2706]
- C. L'intervalle de pari à 75% du nombre d'heures de travail dans l'échantillon est plus étroit que l'intervalle de pari à 95%.
- D. 95% des étudiants de PACES travaillent entre 2694 et 2706 heures par an.
- E. 68% des étudiants de PACES travaillent entre 2640 et 2760 heures par an.

QCM 16 :

On souhaite estimer la valeur moyenne μ du taux d'alcoolémie en cours d'anglais le vendredi matin des deuxièmes années de médecine de France. On étudie pour cela un échantillon représentatif de 100 P₂. On obtient une moyenne $m = 1,2$ g/l de sang et une variance $s^2 = 1$. On approxime pour cette question 1,96 par 2 :

- A. L'intervalle de pari avec un risque d'erreur de 5 % de la valeur réelle dans la population des deuxièmes années français est : [1 ; 1,4].
- B. L'intervalle de pari avec un risque d'erreur de 5 % de la valeur réelle dans la population des deuxièmes années français est : [1,1 ; 1,3].
- C. L'intervalle de confiance avec un risque d'erreur de 5 % de la valeur réelle dans la population des deuxièmes années français est : [1 ; 1,4].
- D. L'intervalle de confiance avec un risque d'erreur de 5 % de la valeur réelle dans la population des deuxièmes années français est : [1,1 ; 1,3].
- E. On peut appliquer dans ce cas le théorème central limite car l'effectif de l'échantillon est supérieur à 30.

QCM 17 :

On sait que le pourcentage p de personnes allergiques aux acariens parmi la population française est de 20%. On souhaite savoir le nombre de personnes allergiques qu'on observera dans un échantillon de 16 français. On encadre le pourcentage attendu d'un intervalle au risque α . Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses :

- A. Cet intervalle se base sur une valeur théorique pour prédire une observation expérimentale, il s'agit donc d'un intervalle de confiance.
- B. Plus l'échantillon est grand, plus l'intervalle sera faible. De même, plus le risque α est grand, plus l'intervalle sera faible.
- C. On peut calculer : IC 95% : $[0,2 - 1,96 \sqrt{(0,2(1-0,2)/16)} ; 0,2 + 1,96 \sqrt{(0,2(1-0,2)/16)}]$.
- D. On obtient : IP 95% : [0,004 ; 0,395].
- E. Un échantillon représentatif est défini par le mode de constitution et les résultats.

QCM 18 corrigé disponible

Le résultat d'une enquête sur 100 personnes examinées par un médecin indique que la moyenne observée de leur périmètre abdominal est de 100 cm. La distribution des valeurs observées suit une loi normale. Le résultat est entouré d'un intervalle indiqué comme suit : 100 ± 10 cm. Une note complémentaire indique que la variance observée dans cette population de 100 sujets est égale à 25. Enfin, on indique que ces 100 personnes ont été tirées au sort dans une population plus large de 10 000 personnes. On approximera la valeur 1,96 par la valeur 2.

Indiquez si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

- A. 100 cm est la moyenne observée chez ces 100 personnes
- B. 100 cm est une estimation ponctuelle de la moyenne vraie chez les 10 000 personnes
- C. L'intervalle de confiance à 95% du périmètre abdominal chez les 10 000 personnes est : $100 \pm (1,96 \times 5) \approx 100 \pm (2 \times 5)$
- D. 95% des valeurs observées du périmètre abdominal sont comprises entre 90 et 110 cm
- E. La population de 10 000 personnes est la population source de l'étude