Lois de distribution – Exercices – Devoirs

Exercice 1 corrigé disponible

On considère une variable aléatoire X qui suit une loi binomiale de paramètres 5 et $0{,}4$

1. Calculer $P(X=1)$; $P(X=4)$

2. Calculer $P(X\leq 1)$; $P(X\geq 2)$

Exercice 2

Un magasin reçoit 3 réclamations en moyenne par jour. En supposant que la loi de survenance de ces réclamations est une loi de Poisson, calculer la probabilité pour que le premier lundi du mois prochain soient enregistrées :

a. 0 réclamation

b. 2 réclamations

c. au plus 2 réclamations

Exercice 3

Soit Z une variable aléatoire suivant la loi N(0,1)

En utilisant la table de valeurs de la loi normale, calculer :

1. $P(-2\leq Z\leq 2)$
2. $P(Z\leq 2)$
3. $P(-1\leq Z\leq 1)$
4. $P(Z\geq 1)$

QCM 4

A propos des lois de Poisson, indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

A. Les distributions qui suivent une loi de Poisson sont symétriques autour de leurs moyennes

B. Une loi de Poisson est classiquement définie à l'aide de deux paramètres

C. Les lois de Poisson sont souvent utilisées pour modéliser un comptage d'événements rares

D. Si une variable suit une loi de Poisson, sa moyenne est égale à sa variance

E. Une loi binomiale modélisant le nombre de personnes atteintes d'une maladie au sein d'une population de taille $n = 1000$ converge vers une loi de Poisson si la probabilité π d'être malade dans cette population est petite ($\pi \leq 0{,}10$)

QCM 5

Concernant la variable Z qui suit une loi normale centrée réduite, $Z\sim\mathcal{N}(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$, indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

A. La médiane de la distribution est égale à 0

B. $P(Z < -1{,}96) = 5\%$

C. $P(Z < 1{,}96) = 95\%$

D. Environ 2/3 des valeurs de Z sont comprises entre -1 et $+1$

E. Le 3ème quartile de Z est inférieur à 1

QCM 6

Concernant les lois de distribution, indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

A. La loi de Poisson est définie comme une loi de distribution d'une variable quantitative continue

B. Dans la loi de Poisson, la moyenne de la distribution est égale à l'écart-type de la distribution

C. Une loi de Poisson est définie à partir d'un seul paramètre

D. La variance d'une variable qui suit une loi de Bernoulli de paramètre π est égale à $\pi \times (1-\pi)$

E. L'espérance d'une variable qui suit une loi binomiale de paramètres $\mathcal{B}(n,\pi)$ est égale à $n \times \pi \times (1-\pi)$

QCM 7 corrigé disponible

Une maladie parasitaire a une fréquence annuelle de 10 cas pour 50 millions d'habitants. Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de cas décelés dans une région de 10 millions d'habitants. Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

A. La variable aléatoire X suit une loi de Bernoulli de paramètre $p = 0{,}0000002 = 2.10^{-7}$

B. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10\,000\,000 = 10^7$ et $p = 0{,}0000002 = 2.10^{-7}$

C. La variable aléatoire X suit approximativement une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 2$

D. La variance de la variable aléatoire X est approximativement égale à 2

E. Sachant que la probabilité de n'observer aucun cas dans une région de 10 millions d'habitants est d'environ 13,5%, la probabilité d'observer au moins un cas est d'environ 86,5%

QCM 8 corrigé disponible

X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes qui suivent une loi de Poisson de moyennes non nulles λ_X et λ_Y, respectivement.

Indiquez si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

A. La variable aléatoire $Z = 2X$ peut suivre une loi de Poisson
B. La variable aléatoire $Z = X + Y$ peut suivre une loi de Poisson
C. La variable aléatoire $Z = X - Y$ peut suivre une loi de Poisson
D. La variable aléatoire $Z = X + 2$ peut suivre une loi de Poisson
E. La variable aléatoire $Z = 2(X + Y)$ peut suivre une loi de Poisson

QCM 9 corrigé disponible

Dans une population d'individus, on considère une variable binaire M telle que $M = 1$ pour les individus atteints d'une insuffisance cardiaque et $M = 0$ pour les individus indemnes d'insuffisance cardiaque. La probabilité d'être atteint d'une insuffisance cardiaque est définie par le paramètre $\pi = P(M = 1) = 0,10$.

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

A. La variable M suit une loi de Bernoulli de paramètre π
B. L'espérance de la variable M est égale à 1,0
C. La variance de la variable M est égale à 0,10
D. Dans un échantillon composé de $n = 50$ individus indépendants issus de cette population, le nombre d'individus atteints d'une insuffisance cardiaque est une variable qui suit une loi de Bernoulli
E. Dans un échantillon composé de $n = 50$ individus indépendants issus de cette population, le nombre d'individus atteints d'une insuffisance cardiaque est une variable dont la variance est égale à $50 \times 0,10 \times (1 - 0,10)$

QCM 10 corrigé disponible

On note X, une variable aléatoire qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 50$ et de variance $\sigma^2 = 9$. On note Y, la variable définie par la transformation $Y = \frac{X-50}{3}$.

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

A. La médiane de la distribution de la variable X est égale à 50
B. Environ 68% des valeurs de X sont comprises entre 47 et 53
C. $P(X > 68) \approx 2,5\%$
D. La variable Y suit une loi normale centrée réduite
E. $P(-1,96 < Y < 1,96) \approx 95\%$

QCM 11 corrigé disponible

Dans une licence, les 360 étudiants inscrits doivent faire un choix de module de langue : anglais ou espagnol. Chaque étudiant choisit l'anglais avec une probabilité de 2/3 et l'espagnol avec une probabilité de 1/3, et ce indépendamment du choix des autres. On note A la variable aléatoire égale au nombre d'étudiants inscrits dans cette licence choisissant l'anglais.

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

A. La variable aléatoire A suit une loi de Bernoulli de paramètre 2/3
B. L'espérance de la variable aléatoire A est de 2/3
C. Le nombre moyen attendu d'étudiants choisissant l'anglais dans cette licence est de 240
D. La variance de la variable aléatoire A est de 80
E. La variable aléatoire A suit approximativement une loi de Poisson

QCM 12 corrigé disponible

Dans une ville du sud de la France, en moyenne 6 patients par semaine viennent consulter à l'hôpital suite à un accident de trottinette électrique. On note A, la variable aléatoire indiquant le nombre de patients qui viennent consulter suite à un accident de trottinette électrique dans cet hôpital au cours d'une semaine.

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

A. D'après les données de l'énoncé, on peut dire que la variable A suit une loi binomiale

B. D'après les données de l'énoncé, on peut dire que la variance de la variable A est égale à $\sqrt{6}$

C. D'après les données de l'énoncé, la variable A suit une loi de distribution continue

D. D'après les données de l'énoncé, on pourrait calculer la probabilité $P(A = 0)$

E. D'après les données de l'énoncé, on peut dire que : $P(A = 20) < P(A = 6)$

QCM 13 corrigé disponible

Chez les hommes d'une région donnée, on sait que la taille (notée T) suit approximativement une loi normale de moyenne 178 cm et de variance 100 cm². Pour la réponse aux questions, on considèrera que $1,96 \approx 2$.

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

A. On ne peut pas représenter graphiquement la distribution de la variable T d'après les données de l'énoncé, car l'effectif de la population n'est pas donné

B. Si on crée une nouvelle variable $X = T - 178$, on peut déduire que la variance de X sera égale à 1

C. D'après les données de l'énoncé, environ 50% des hommes de cette région ont une taille supérieure à 178 cm

D. D'après les données de l'énoncé, on peut dire qu'environ 5% des hommes de cette région ont une taille supérieure à 198 cm

E. D'après les données de l'énoncé, on peut dire qu'environ 16% des hommes de cette région ont une taille supérieure à 168 cm

QCM 14 corrigé disponible

Soit X une variable aléatoire suivant une loi normale centrée sur μ et d'écart-type σ. On considère que 2 est une bonne approximation de la valeur 1,96.

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

A. La probabilité d'observer une valeur de X inférieure à $\mu + 2\sigma$ est d'environ 0,95

B. La probabilité d'observer une valeur de X supérieure à μ est de 0,5

C. Environ 95% des valeurs de X sont entre $\mu - \sigma$ et $\mu + \sigma$

D. Environ 16% des valeurs de X sont supérieures à $\mu + \sigma$

E. La probabilité d'observer une valeur de X inférieure ou égale à une valeur u est la fonction de répartition de X en u

QCM 15 corrigé disponible

Dans une expérience sur le comportement, on fait pénétrer successivement $n = 100$ personnes dans un labyrinthe en forme de H. Chaque personne choisit au hasard une des branches du H avec une probabilité égale à $\frac{1}{4}$, indépendamment les unes des autres. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de personnes qui choisissent le coin supérieur gauche.

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

A. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $\pi = 0,25$

B. Pour chaque personne, le choix d'une branche du H suit une loi binomiale de paramètre $\pi = 0,25$

C. Les quatre branches du H peuvent être choisies de manière équiprobable

D. La variable aléatoire X suit approximativement une loi de Poisson de paramètre 25

E. Dans une seconde expérience, certaines branches sont moins attractives que les autres : cette fois, la probabilité pour une personne de choisir le coin supérieur gauche est de 0,01. La variable aléatoire X suit approximativement une loi de Poisson de paramètre 1

QCM 16 corrigé disponible

Après une intervention chirurgicale en traumatologie, le risque d'une infection dite « nosocomiale », secondaire à l'hospitalisation, est de 4%. Dans un service hospitalier, on réalise 100 interventions par an. On suppose que les valeurs prises par la variable aléatoire modélisant le risque d'infection sont indépendantes et identiquement distribuées entre les individus.

Indiquez si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

A. Pour tout individu subissant une intervention chirurgicale en traumatologie, le risque de développer une infection nosocomiale suit une loi de Bernoulli de paramètre 0,04

B. Pour tout individu subissant une intervention chirurgicale en traumatologie, le risque de développer une infection nosocomiale suit une loi Binomiale de paramètres 100 et 0,04

C. Dans le service hospitalier considéré, le nombre d'infections nosocomiales par an, secondaires à une hospitalisation pour intervention chirurgicale en traumatologie, est une variable aléatoire continue

D. La loi de Poisson peut modéliser la distribution du nombre d'infections nosocomiales par an, suite à une hospitalisation pour intervention chirurgicale en traumatologie dans le service hospitalier considéré

E. La loi binomiale peut modéliser la distribution du nombre d'infections nosocomiales par an, suite à une hospitalisation pour intervention chirurgicale en traumatologie dans le service hospitalier considéré

QCM 17 corrigé disponible

Un vaccin produit un effet indésirable bénin (rougeur, gonflement, ...) chez 15% des sujets vaccinés, indépendamment d'un sujet à l'autre. On s'intéresse à un groupe de 100 sujets vaccinés. Soit X le nombre de sujets de ce groupe sur lesquels le vaccin produit un effet indésirable bénin.

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

A. La variable aléatoire X suit une loi de Bernoulli de paramètre $\pi = 0{,}15$

B. Pour chaque sujet vacciné, l'évènement « subir un effet indésirable bénin suite au vaccin » suit une loi binominale de paramètres $n = 100$ et $\pi = 0{,}15$

C. En moyenne, le nombre attendu de sujets dans ce groupe sur lesquels le vaccin produit un effet indésirable bénin est 15

D. La probabilité qu'au moins un sujet de ce groupe subisse un effet indésirable bénin suite au vaccin est $P(X \geq 1) = 1 - \frac{100!}{0!(100-0)!}0{,}15^0(1-0{,}15)^{100-0}$

E. La probabilité qu'aucun sujet de ce groupe ne subisse d'effet indésirable bénin suite au vaccin est nulle

QCM 18 corrigé disponible

On a répertorié dans une usine le nombre d'accidents mineurs subis par le personnel dans une journée de travail sur une période de 100 jours. Ces accidents sont survenus indépendamment les uns des autres. Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous.

Nombre d'accidents mineurs par jour	0	1	2	3	4	5
Nombre de jours	43	41	11	3	1	1

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

A. D'après les données de ce tableau, le nombre moyen d'accidents mineurs par jour dans cette usine est de 0,81

B. La probabilité de survenue de moins de trois accidents mineurs par jour dans cette usine est de 0,95

C. La probabilité de survenue de plus de trois accidents mineurs par jour dans cette usine est de 0,05

D. La survenue d'au moins un accident mineur sur une journée de travail dans cette usine suit une loi de Bernoulli de paramètre p=0,57

E. La distribution du nombre d'accidents mineurs par jour est symétrique

QCM 19 corrigé disponible

Des bactéries sont mises en culture dans un milieu contenant un antibiotique. Certaines bactéries développent, par mutation, une résistance à l'antibiotique. On note X la variable aléatoire qui représente le nombre de bactéries mutantes dans une colonie. On modélise les fluctuations de X par une loi de Poisson de paramètre λ, donnée par la loi de probabilité suivante

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

100 colonies ont été obtenues expérimentalement, parmi lesquelles 10 ne possèdent aucune bactérie mutante.

(Notes : 0! = 1 et $\ln(0,1) \approx -2,3$)

Indiquez si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

A. Expérimentalement, la probabilité qu'il n'y ait pas de bactéries mutantes est estimée à 0,1

B. Le paramètre de la loi est environ $\lambda \approx \ln(0,1)$

C. Le nombre moyen de bactéries mutantes par colonie est d'environ 2,3

D. L'écart-type du nombre de bactéries mutantes par colonie est d'environ 2,3

E. Sans autre information, on peut modéliser la distribution du nombre de bactéries mutantes par une loi binomiale