

Théorie des tests statistiques – Fiche de cours

1. Les tests statistiques

a. Objectif d'un test statistique

Déterminer si la différence observée est liée à des fluctuations d'échantillonnage ou à une vraie différence

b. Etapes du test

- Formuler l'hypothèse nulle H_0 « = » vis à vis de la population (ou des 2 populations)
- Formuler l'hypothèse alternative H_1 unilatérale « > ou < » ou bilatérale « \neq »
- Choisir le risque α
- Choisir le type de test (test en Z / Student / χ^2) et définir le seuil s
- on calcule la statistique du test x_0 et le degré de signification p pour le test en Z / Student (probabilité que H_0 soit fausse)
- Conclusion du test :
 - si $p > \alpha$ et $x_0 < s$, on ne peut pas rejeter H_0
 - si $p < \alpha$ ou $x_0 > s$, on rejette H_0

c. Les erreurs de test

- erreur de première espèce α : rejeter à tort H_0 alors qu'elle est vraie
- erreur de deuxième espèce β : ne pas rejeter H_0 alors qu'elle est fausse

2. Tests statistiques paramétriques

a. Types de tests

- comparer une population à une référence
- comparer 2 populations entre-elles

b. Comparaison d'une moyenne à une valeur théorique

- Test de l'écart réduit

Condition $N \geq 30$

Le seuil au risque α est donné par la table de la loi normale

- Test de Student

Condition pour toute valeur de N ; distribution normale ; distribution à N-1 ddl

Le seuil au risque α est donné par la table de la loi de Student

- Statistique du test

$$z_0 = \frac{m - \mu_{H_0}}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}$$

c. Comparaison de deux moyennes

- Test de l'écart réduit

Condition $N_1 \geq 30$ et $N_2 \geq 30$

Le seuil au risque α est donné par la table de la loi normale

- Test de Student

Condition pour toute valeur de N_1 et N_2 ; égalité des variances ; distribution normale ; distribution à $N_1 + N_2 - 2$ ddl

Le seuil au risque α est donné par la table de la loi de Student

- Vocabulaire

- Echantillons appariés : mesures effectuées sur les mêmes individus mais à des moments différents
- Echantillons indépendants : mesures effectuées sur des individus différents

- Statistique du test

$$t_0 = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{s^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \quad \text{avec} \quad s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

3. Tests statistiques non-paramétriques

a. Types de test

- test de χ^2 de conformité ou d'adéquation (comparer des fréquences ou des moyennes échantillon-référence ou échantillon-échantillon)
- test de χ^2 d'indépendance
- test de χ^2 d'homogénéité (comparer l'origine des échantillons)

b. Tableau de contingence des effectifs observés

	B_1	B_2	B_3	$\dots B_j \dots$	B_k	Total
A_1	O_{11}	O_{12}	O_{13}	\dots	O_{1k}	a_1
A_2	O_{21}	O_{22}	O_{23}	\dots	O_{2k}	a_2
A_3	O_{31}	O_{32}	O_{33}	\dots	O_{3k}	a_3
A_i	\dots	\dots	\dots	O_{ij}	\dots	a_i
A_l	O_{l1}	O_{l2}	O_{l3}	\dots	O_{lk}	a_l
Total	b_1	b_2	b_3	$\dots b_j \dots$	b_k	N

$$ddl = (Colonne - 1) \cdot (Ligne - 1)$$

c. Tableau de contingence des effectifs attendus

	B_1	B_2	B_3	$\dots B_j \dots$	B_k	Total
A_1	E_{11}	E_{12}	E_{13}	\dots	E_{1k}	a_1
A_2	E_{21}	E_{22}	E_{23}	\dots	E_{2k}	a_2
A_3	E_{31}	E_{32}	E_{33}	\dots	E_{3k}	a_3
A_i	\dots	\dots	\dots	E_{ij}	\dots	a_i
A_l	E_{l1}	E_{l2}	E_{l3}	\dots	E_{lk}	a_l
Total	b_1	b_2	b_3	$\dots b_j \dots$	b_k	N

$$E_{ij} = \frac{a_i \cdot b_j}{N}$$

d. Statistique du test

Condition : tous les $E_{ij} \geq 5$

$$\chi_0 = \frac{(O_{11} - E_{11})^2}{E_{11}} + \frac{(O_{12} - E_{12})^2}{E_{12}} + \dots + \frac{(O_{lk} - E_{lk})^2}{E_{lk}}$$

e. Remarque

Lorsque $E_{ij} < 5$ on peut réaliser un test exact de Fisher