

La musique et les nombres – Fiche de cours

1. Musique et intervalle

a. Harmonie musicale

Il existe des combinaisons de sons consonants (plus agréables à l'oreille) que d'autres (dissonants).

Depuis l'antiquité les mathématiciens ont recherché l'harmonie musicale.

b. L'intervalle

L'intervalle de 2 notes est le rapport de leur fréquence fondamentale

$$I = \frac{4}{3} \text{ quarte} \quad I = \frac{3}{2} \text{ quinte} \quad I = 2 \text{ octave}$$

c. La gamme

Une gamme est une suite finie de notes réparties sur un octave

2. La gamme de Pythagore

a. Définition

La construction des 7 notes de la gamme de Pythagore utilise le principe suivant :

- choisir une note ou fréquence f de départ de la quinte
- calculer $1,5 \cdot f$
- si $1,5 \cdot f < 2f$ on conserve la fréquence et on associe une note
- si $1,5 \cdot f > 2f$ on divise la fréquence par 2 et on associe une note
- on réitère autant de fois que nécessaire

La gamme de Pythagore ne reboucle pas exactement à $2 \cdot f$ pour la 8ième note ; il existe une infinité de cycles de quintes de Pythagore

b. Les notes de la gamme de Pythagore

Les 7 notes de la gamme de Pythagore sont :

Do, Ré, Mi, Fa, Sol, La, Si

c. Exemple de cycle de quinte (octave 3)

262 Hz / 295 Hz / 331 Hz / 373 Hz / 393 Hz / 442 Hz / 497 Hz

5 tons (rapport 5/8) et 2 demi-tons (rapport 256/243)

d. Inconvénient de la gamme de Pythagore

La gamme de Pythagore ne possède pas des intervalles égaux et ne boucle pas : cela présente l'inconvénient de la transposition musicale d'un instrument à l'autre

3. La gamme tempérée

L'harmonie musicale est restreinte à l'octave qui a été découpé en 12 intervalles égaux appelés demi-tons

La connaissance des nombres irrationnels a permis au 17ième siècle de construire des gammes définies par des suites géométriques de raison

$$r = 2^{1/12} \approx 1,06$$

