Applications de la dérivation – Exercices - Devoirs

Exercice 1 **corrigé disponible**

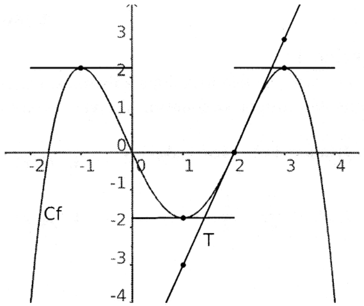
On considère la fonction f définie sur ℝ par : $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+2$

On désigne par C_f sa courbe représentative dans une repère orthonormé .

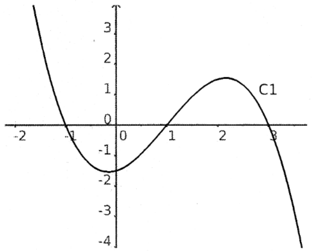
1. Etudier les variations de f.
2. Déterminer une équation de la droite (T) tangente à C_f au point d'abscisse 1.
3. Construire la courbe C_f et la droite (T).

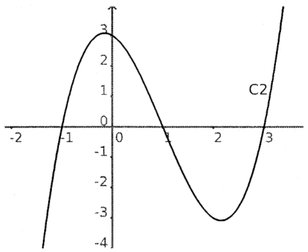
Exercice 2 **corrigé disponible**

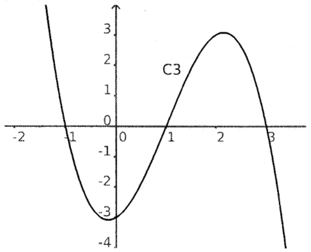
On a représenté ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.



1. Déterminer le signe de $f'(x)$.
2. Déterminer graphiquement $f'(-1)$, $f'(1)$, $f'(2)$ et $f'(3)$.
3. Donner une équation de la droite T tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 2.
4. Parmi les trois courbes ci-dessous C_1, C_2 et C_3, quelle est la courbe associée à la fonction f' ?







Exercice 3

Soit la fonction f définie sur [0 ; +∞ [par $f(x) = \frac{2x}{x^2+9}$

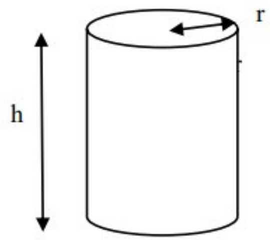
1) Montrer que pour tout $x \geq 0$, $f'(x) = \frac{2(3+x)(3-x)}{(x^2+9)^2}$

2) En déduire l'étude des variations de f

Exercice 4

On considère une boîte de conserve de forme cylindrique. Un volume V étant donné, on souhaite minimiser la quantité de métal utilisé pour fabriquer cette boîte.

On note r : le rayon de la base et h : la hauteur



1) Démontrer que la surface de métal utilisé est donnée par $S(r) = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}$

2) a) Donner l'ensemble de définition de S
   b) Etudier les variations de S sur ce domaine

3) En déduire les dimensions de la boîte répondant au problème posé.

Exercice 5

Déterminer l'ensemble de définition de f puis étudier ses variations.

1) $f(x) = 2x + 1 - \dfrac{2}{x - 3}$

2) $f(x) = \dfrac{2x^2 + 8x + 2}{x^2 + 2x + 1}$

3) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x - 3}}$

Exercice 6

Dans le Périgord, un producteur de truffes noires cultive. ramasse et conditionne de 0 à 45 kilogramme de ce produit par semaine durant la période de production de la truffe.

On désigne par x le nombre de kilogrammes de truffes traités chaque semaine et par $C(x)$ le coût total pour la production de x truffes.

Pour ce producteur $C(x) = x^3 - 60x^2 + 975x$.

Chaque kilogramme de truffes conditionné est vendu 450€.

La recette pour la vente de x kg est donnée par $r(x) = 450 \times x$.

Le bénéfice positif ou négatif réalisé par le producteur pour la production et la vente de x kg de truffes est défini par $B(x) = R(x) - C(x)$.

1. Exprimer le bénéfice $B(x)$ réalisé par le producteur pour x kg de truffes vendues.
2. Etudier le sens de variation de la fonction B.
3. Pour quelle quantité de truffes le bénéfice du producteur est-il maximal ?
4. Quel est alors le bénéfice maximal ?