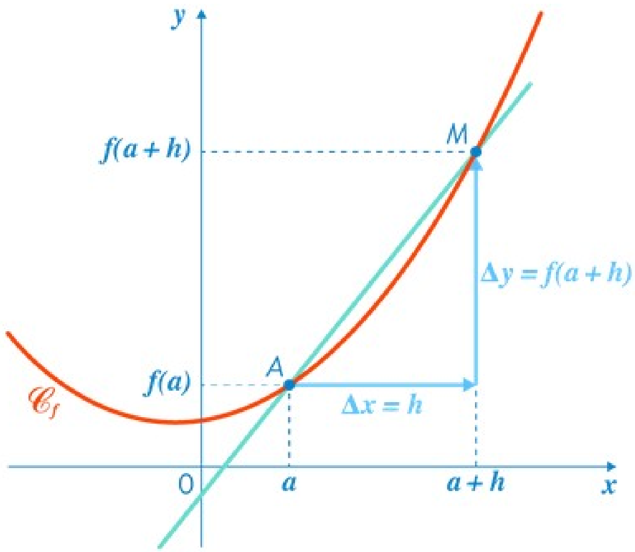
Dérivation – Fiche de cours

1. Sécante et tangente à la courbe

a. Sécante à la courbe

Une sécante à la courbe est définie comme une droite passant par 2 points de la courbe : exemple la droite (AM) est une sécante à C_f

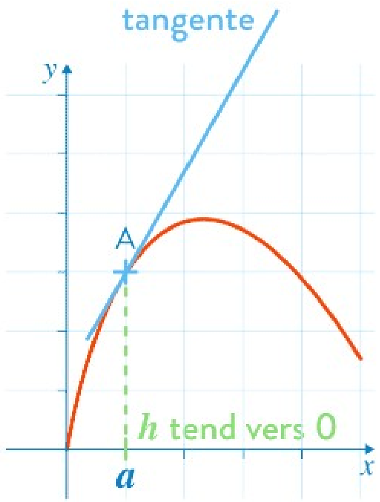


Le coefficient directeur d'une sécante à la courbe s'appelle le taux d'accroissement
On définit :

$$t(h)=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

b. Tangente à la courbe

Une tangente à la courbe est définie comme position limite des sécantes passant par ce point (les 2 points de la courbe définissant la sécante sont confondus)



Le coefficient directeur d'une tangente à la courbe s'appelle le nombre dérivé
On définit :

$$\lim_{h\to 0} t(h)=f'(a)$$

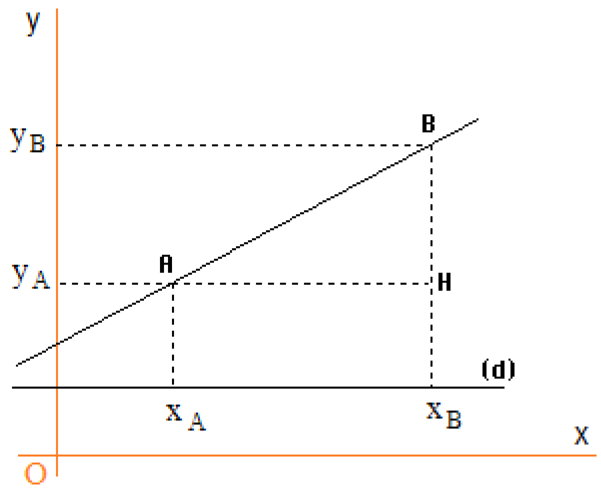
L'équation T d'une tangente à la courbe au point d'abscisse a est définie par :

$$T : y=f'(a)(x-a)+f(a)$$

c. Méthode pour déterminer une équation de droite

L'équation d'une droite a pour expression :

$$y=ax+b$$



Le coefficient directeur d'une droite est défini par :

$$a=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$$

L'ordonnée à l'origine peut être obtenue par lecture graphique ou en remplaçant les coordonnées d'un point appartenant à la droite

2. Fonctions dérivées

a. Définition

Soit une fonction f(x) définie sur un intervalle I ; si f est dérivable en I, on note f'(x) sa dérivée

b. Dérivées usuelles

Fonction f	Fonction dérivée f'	Ensemble de dérivabilité
$f(x)=k, k\in\mathbb{R}$	$f'(x)=0$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x$	$f'(x)=1$	$\mathbb{R}$
$f(x)=ax+b$	$f'(x)=a$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^2$	$f'(x)=2x$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^n, n\in\mathbb{N}^*$	$f'(x)=nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\sqrt{x}$	$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0,+\infty[$
$f(x)=\sin x$	$f'(x)=\cos x$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\cos x$	$f'(x)=-\sin x$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\frac{1}{x}$	$f'(x)=-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x)=\frac{1}{x^n}$	$f'(x)=\frac{-n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}^*$

c. Opérations des dérivées

Structure de la fonction	Structure de la dérivée
$au+bv$	$au'+bv'$
uv	$u'v+v'u$
$\frac{1}{u}$	$-\frac{u'}{u^2}$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v-v'u}{v^2}$
u^a	$au'u^{a-1}$
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$