

Fonctions trigonométriques – Fiche de cours

1. Le radian

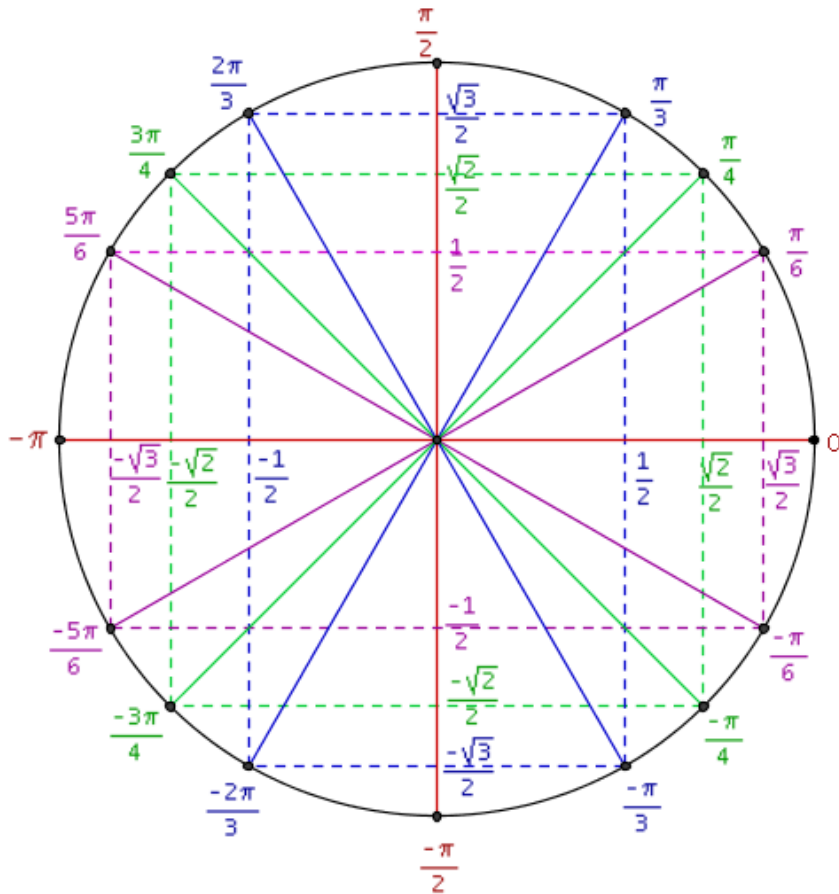
Le radian est une unité d'angle avec $\pi \text{ (rd)} = 180^\circ$

La mesure principale d'un angle α est définie par $\alpha \in]-\pi; \pi]$

2. Le cercle trigonométrique

Le cercle trigonométrique a pour centre l'origine du repère et pour rayon 1

Un point M sur le cercle a pour coordonnées $M(\cos x; \sin x)$



2. Formules de trigonométrie

a. Ligne trigonométrique

$$\cos^2 a + \sin^2 a = 1$$

b. Angles associés

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

3. Equations trigonométriques

a. $\cos x = \cos a$

$$\text{Cas 1: } x_1 = a + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Cas 2: } x_2 = -a + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

b. $\sin x = \sin a$

$$\text{Cas 1: } x_1 = a + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Cas 2: } x_2 = \pi - a + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

4. Fonction cosinus

a. Définition et propriétés

$\cos x$ est l'abscisse d'un point M situé sur le cercle trigonométrique

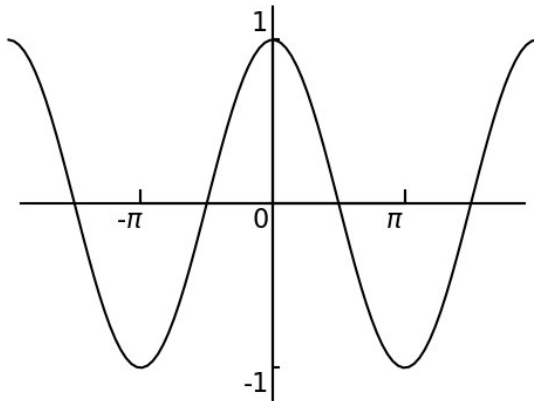
- **domaine de définition** : $\cos x$ est définie $\forall x \in \mathbb{R}$
- **propriété** : $\forall x \in \mathbb{R} \quad -1 \leq \cos x \leq 1$
- **périodicité** : $\cos x = \cos(x + 2\pi)$ fonction 2π -périodique
- **parité** : $\cos x = \cos(-x)$ fonction paire
- **signe** : $\cos x \geq 0$ pour $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
- **dérivée** : $(\cos x)' = -\sin x \quad (\cos(ax+b))' = -a \cdot \sin(ax+b)$

b. Tableau de variations

Etude réduite à $x \in [0; \pi]$ car $\cos x$ fonction paire et 2π -périodique

x	0	π
$f'(x) = -\sin(x)$		-
$f(x) = \cos(x)$	1	-1

c. Représentation graphique



5. Fonction sinus

a. Définition et propriétés

$\sin x$ est l'ordonnée d'un point M situé sur le cercle trigonométrique

- **domaine de définition** : $\sin x$ est définie $\forall x \in \mathbb{R}$
- **propriété** : $\forall x \in \mathbb{R} \quad -1 \leq \sin x \leq 1$
- **périodicité** : $\sin x = \sin(x + 2\pi)$ fonction 2π -périodique
- **parité** : $\sin x = -\sin(-x)$ fonction impaire
- **signe** : $\sin x \geq 0$ pour $x \in [0; \pi]$
- **dérivée** : $(\sin x)' = \cos x \quad (\sin(ax+b))' = a \cdot \cos(ax+b)$

b. Tableau de variations

Etude réduite à $x \in [0; \pi]$ car $\sin x$ fonction impaire et 2π -périodique

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$f'(x) = \cos(x)$		+	-
$f(x) = \sin(x)$	-1	1	-1

c. Représentation graphique

