Suites arithmétiques et géométriques – Fiche de cours

I. Suites arithmétiques

I.1. Définition

Une suite (u_n) est une suite arithmétique s'il existe un nombre r tel que pour tout entier n, on a :

$$u_{n+1}=u_n+r$$

Le nombre r est appelé raison de la suite.

Propriété 1: (u_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 si pour tout entier naturel n, on a :

$$u_n=u_0+n\times r$$

Propriété 2: (u_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_p si pour tout entier naturel n, on a :

$$u_n=u_p+(n-p)\times r$$

I.2. Variations

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r
- si r >0 alors (u_n) est croissante
- si r <0 alors (u_n) est décroissante

II. Suites géométriques

II.1. Définition

Une suite (u_n) est une suite géométrique s'il existe un nombre q tel que pour tout entier n, on a :

$$u_{n+1}=u_n\times q$$

Le nombre q est appelé raison de la suite.

Propriété 1 : (u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 si pour tout entier naturel n, on a :

$$u_n=u_0\times q^n$$

Propriété 2 : (u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_p si pour tout entier naturel n, on a :

$$u_n=u_p\times q^{n-p}$$

II.2. Variations

Soit (u_n) une suite géométrique de raison q

Pour $u_0>0$:
- si q >1 alors (u_n) est croissante
- si 0<q<1 alors (u_n) est décroissante

Pour $u_0<0$:
- si q >1 alors (u_n) est décroissante
- si 0<q<1 alors (u_n) est croissante

III. Sommes des termes consécutifs

III.1. Cas d'une suite arithmétique

Définition :

n est un entier naturel non nul alors la somme des n premiers entiers naturels est donnée par :

$$1+2+\ldots+n=\frac{n\times(n+1)}{2}$$

Propriété :

La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique est donnée par la relation :

$$S=nombre\ de\ termes\cdot\frac{premier\ terme+dernier\ terme}{2}$$

III.2. <u>Cas d'une suite géométrique</u>

<u>Définition</u> :

n est un entier naturel non nul et q un réel différent de 1 alors on a :

$$1+q+q^2\ldots+q^n=\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

<u>Propriété</u> :

La somme des n premiers termes d'une suite géométrique est donnée par la relation :

$$S=\textit{premier terme}\cdot\frac{1-q^{\textit{nombre de termes}}}{1-q}$$