Suites numériques – Fiche de cours

1. Définition

Une suite numérique (u_n) est une fonction (ou un tableau de valeurs) définie par :

$$\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$n \rightarrow u_n$$

u_n est appelé terme de la suite

n est appelé indice ou rang

Exemple :

- Soit la suite (u_n) : 1, 4, 7, 10, 13, 16, ...

u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
1	4	7	10	13	16

2. Relation fonctionnelle

La relation fonctionnelle ou explicite d'une suite (u_n) est :

$$\forall n \in \mathbb{N} \qquad u_n = f(n)$$

3. Relation de récurrence

La relation de récurrence d'ordre 1 d'une suite (u_n) est :

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{pmatrix}$$

La relation de récurrence d'ordre 2 d'une suite (u_n) est :

$$\begin{pmatrix} u_0, u_1 \\ u_{n+2} = f(u_n,\ u_{n+1}) \end{pmatrix}$$

Exemple :

- On donne la suite (v_n) définie par : $v_0 = 2$, $v_1 = 1$ et $v_{n+2} = v_{n+1} + v_n$.

4. Construction graphique

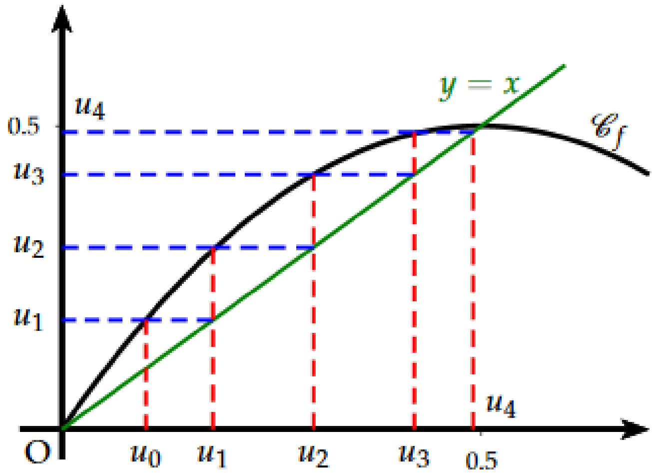
Soit la suite (u_n) définie par

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{pmatrix}$$

On pose un double changement de variable avec $x = u_n$ et $y = u_{n+1}$

On construit la courbe représentative de f et la droite d'équation $y=x$

Puis on représente $u_1 = f(u_0)$ $u_2 = f(u_1)$ $u_3 = f(u_2)$ ….



5. Variation des suites

Soit (u_n) une suite définie sur $\mathbb{N}$

- (u_n) est strictement croissante si $\forall n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} - u_n > 0$
- (u_n) est constante si $\forall n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} - u_n > 0$
- (u_n) est strictement décroissante si $\forall n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} - u_n < 0$

Soit (u_n) une suite définie sur $\mathbb{N}$ avec $u_n>0 \ \forall n\in\mathbb{N}$

- (u_n) est strictement croissante si $\forall n\in\mathbb{N} \ \frac{u_{n+1}}{u_n}>1$
- (u_n) est constante si $\forall n\in\mathbb{N} \ \frac{u_{n+1}}{u_n}=1$
- (u_n) est strictement décroissante si $\forall n\in\mathbb{N} \ \frac{u_{n+1}}{u_n}<1$

6. Limite d'une suite

Une suite (u_n) est convergente et a pour limite L si et seulement si :

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = L$$