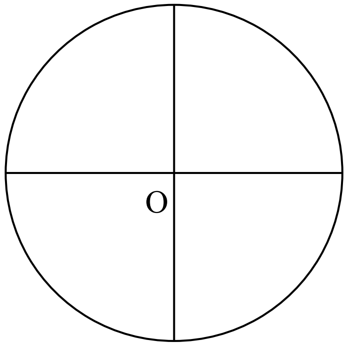
Trigonométrie – Exercices - Devoirs

Exercice 1 **corrigé disponible**

1. Placer sur le cercle trigonométrique les points représentatifs des réels suivants :

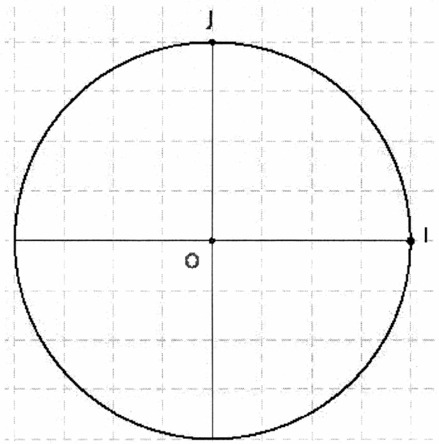
$$\frac{2\pi}{3} \ ; \ -\frac{3\pi}{4} \ ; \ \frac{17\pi}{6} \ ; \ \frac{5\pi}{2}$$



2.

Déterminer la mesure principale des angles, puis les placer sur le cercle trigonométrique ci-joint.

1. $\frac{23\pi}{4}$
2. $\frac{-20\pi}{3}$
3. $\frac{37\pi}{8}$
4. $\frac{-41\pi}{6}$



Exercice 2

1. Sur le cercle trigonométrique $\mathscr{C}$, placer le point M associé à la valeur $\frac{\pi}{6}$.
2. Placer ensuite les points M_1, M_2 et M_3 associés aux valeurs $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{9\pi}{6}$, et $\frac{-\pi}{6}$.
3. Rappeler le cosinus et le sinus de $\frac{\pi}{6}$.
4. En déduire les cosinus et sinus de $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{9\pi}{6}$, et $\frac{-\pi}{6}$.

Exercice 3

1. En utilisant les angles associés, exprimer les expressions suivantes en fonction de $\cos x$ et $\sin x$:
   a) $A = \sin(x+\pi) + \cos(x+\frac{\pi}{2}) + \sin x - \sin(-x)$

   b) $B = \cos x - \cos(x-\frac{\pi}{2}) - \sin(x-\pi) + \cos(\pi - x)$
2. Calculer les expressions suivantes en utilisant les angles associés :
   a) $C = \cos\frac{\pi}{7} + \cos\frac{9\pi}{14} + \cos\frac{8\pi}{7} + \cos\frac{23\pi}{14}$

   b) $D = \sin\frac{\pi}{5} - \sin\frac{4\pi}{5} + \sin\frac{6\pi}{5} + \sin\frac{11\pi}{5}$

Exercice 4

Résoudre les équations et les inéquations suivantes :

1. Sur $[0;3\pi[$: $\cos x = \cos(-\frac{2\pi}{3})$
2. Sur $]-\pi;\pi]$: $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. Sur $[0;4\pi[$: $\cos(x+\frac{\pi}{4}) = \cos\frac{\pi}{5}$
4. Sur $]-\pi;\pi]$: $\sin 2x = \sin\frac{\pi}{4}$
5. Sur $]-\pi;\pi]$: $\cos x > \frac{-\sqrt{2}}{2}$
6. Sur $]-\pi;2\pi]$: $\sin x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$
7. Sur $[0;2\pi[$: $\sin^2 x = \frac{1}{2}$
8. Sur $]-\pi;\pi]$: $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

Exercice 5

En utilisant les angles associés, exprimer les expressions suivantes en fonction de $\cos x$ et $\sin x$:

1. $A = \cos(x-\pi) - \sin(\pi - x) + \cos(\pi + x) - \sin(-x)$
2. $B = \sin x + \cos(x+\frac{\pi}{2}) + \cos x - \sin(x+\frac{\pi}{2})$

Calculer les expressions suivantes en utilisant les angles associés :

3. $C = \sin\frac{3\pi}{8} + \sin\frac{5\pi}{8} + \sin\frac{11\pi}{8} + \sin\frac{13\pi}{8}$
4. $D = \cos\frac{\pi}{10} + \cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{3\pi}{5} + \cos\frac{9\pi}{10}$

Exercice 6

Soient $x \in [-\pi; \frac{\pi}{2}]$ et M le point du cercle trigonométrique associé à x.

1. Sur le cercle trigonométrique, placer M tel que $cos(x) = -\frac{3}{4}$.

2. Calculer $sin(x)$.

3. Calculer :

a. $cos(\frac{\pi}{2} + x)$ **b.** $sin(\frac{\pi}{2} - x)$ **c.** $cos(\pi + x)$ **d.** $sin(\pi - x)$

Exercice 7

Compléter avec $\cos x$, $\sin x$, $-\cos x$ ou $-\sin x$:

$\cos(-x)=...$ $\cos(\pi-x)=...$ $\cos(\pi+x)=...$

$\sin(-x)=...$ $\sin(\pi-x)=...$ $\sin(\pi+x)=...$

$\cos(\frac{\pi}{2}-x)=...$ $\cos(\frac{\pi}{2}+x)=...$

$\sin(\frac{\pi}{2}-x)=...$ $\sin(\frac{\pi}{2}+x)=...$

Exercice 8

On sait d'un réel x que $x \in [0 ; \pi]$ et $\cos x = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$.

1. Déterminer la valeur exacte de $\sin x$.
2. On sait que le réel x cherché est l'un des réels $\left\{-\frac{4\pi}{5}; -\frac{\pi}{5}; \frac{\pi}{5}; \frac{4\pi}{5}\right\}$. Qui est x ? Justifier.

Exercice 9

Résoudre l'équation trigonométrique $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ pour $x \in [-\pi ; 3\pi]$.

Exercice 10

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation trigonométrique $4x = \frac{2\pi}{3}$ $[2\pi]$.
2. Placer sur le cercle trigonométrique les points repérés par ces solutions.

Exercice 11

Soit x un réel de l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. M est le point du cercle trigonométrique $\mathscr{C}$ associé à x.

1. Placer le point M tel que $\sin x = \frac{2}{5}$.
2. Placer les points A, B, C et D du cercle associés aux réels $\frac{\pi}{2} + x$, $\frac{\pi}{2} - x$, $\pi + x$ et $\pi - x$.
3. Calculer $\cos x$.
4. Donner les valeurs de :

(a) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$; (b) $\sin(\pi - x)$; (c) $\cos(\pi + x)$.

Exercice 12

Résoudre les équations et les inéquations suivantes :

1. Sur $[0; 3\pi[$: $\cos x = \frac{1}{2}$
2. Sur $]-\pi; \pi]$: $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
3. Sur $[0; 4\pi[$: $\cos x = \cos \frac{2\pi}{3}$
4. Sur $[0; 2\pi[$: $\cos^2 x = \frac{3}{4}$
5. Sur $]-\pi; \pi]$: $6 - 12\cos x > 0$
6. Sur $]-\pi; 2\pi]$: $\sin x \leqslant \frac{\sqrt{3}}{2}$
7. Sur $]-\pi; \pi]$: $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$
8. Sur $]-\pi; \pi]$: $\sin 2x = \sin \frac{\pi}{4}$

Exercice 13

1. Résoudre dans $[0; 2\pi[$:

   (a) $\cos x = \cos\left(\frac{-\pi}{4}\right)$; (b) $\sin x = \sin \frac{2\pi}{3}$

2. Résoudre dans $]-\pi; \pi]$:

   (a) $\cos x = \cos\left(\frac{-3\pi}{4}\right)$; (b) $\sin x = \sin \frac{4\pi}{3}$

Exercice 14

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ci-dessous puis déterminer leurs solutions appartenant à l'intervalle $]-\pi ; \pi]$:

   $a)$ $\cos s = \frac{1}{2}$ $b)$ $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $2\cos^2 x + \sqrt{3}\cos x - 3 = 0$