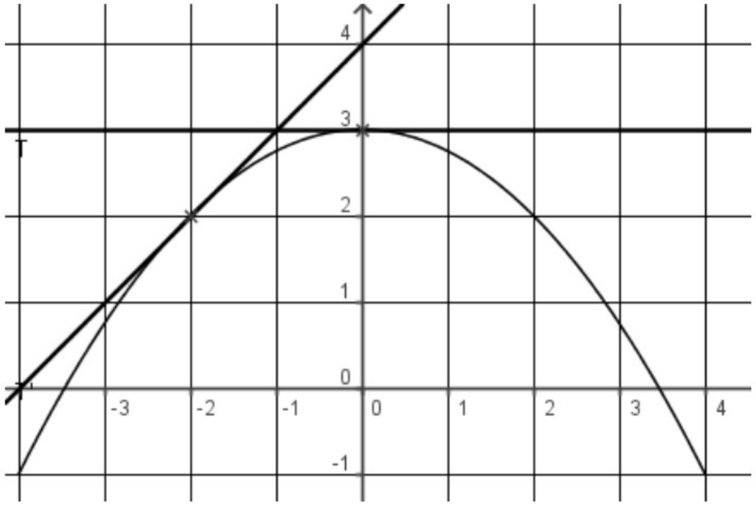
Dérivation – Exercices - Devoirs

Exercice 1

Soit, ci-dessous, la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle [– 4 ; 4], dans le plan muni d'un repère orthonromal.
Les droites T et T' sont les tangentes respectives à la courbe aux points d'abscisse 0 et – 2.



1. Déterminer, à l'aide du graphique, les coefficients directeurs des droites T et T'.
2. En déduire les nombres dérivés de f en 0 et – 2.

3. Ecrire l'expression de l'équation de la tangente à courbe en 0 et en -2

Exercice 2

Déterminer le nombre dérivé des fonctions suivantes en utilisant le taux d'accroissement :

- $f(x)=1-2x$ pour a=3
- $f(x)=3x^3-8x^2+1$ pour a= -1
- $f(x)=-3x^2+5+x$ pour a= -2

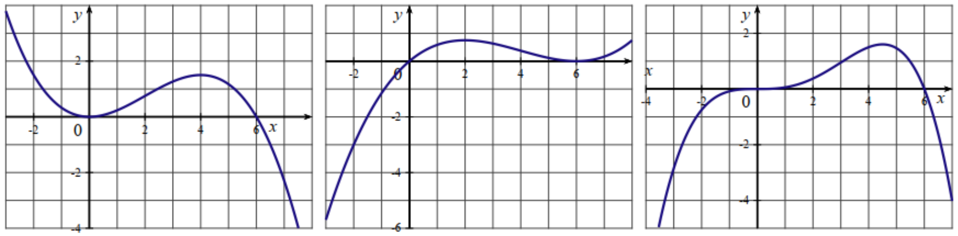
Exercice 3

Dans chacune des questions suivantes, f est une fonction qui admet un nombre dérivé f '(x) pour tout nombre réel x.

Si f(x) = – 3, alors :	f '(x) = 3	f '(x) = 0	f '(x) = – 3
Si f(x) = 3x – 2, alors :	f '(x) = 3 – 2	f '(x) = 1	f '(x) = 3
Si f(x) = x^2 + 2x + 3, alors :	f '(x) = 2x + 3	f '(x) = 2x + 5	f '(x) = 2x + 2
Si f(x) = $3x^2$ – 4x + 1, alors :	f '(x) = 3x – 4	f '(x) = 6x – 3	f '(x) = 6x – 4

Exercice 4

2. a) Déterminer $f'(0)$.
   b) Déterminer les solutions de l'équation $f'(x) = 0$.
3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A. En déduire la valeur de $f'(-2)$.
4. On donne $f'(2) = \frac{3}{4}$. Calculer les coordonnées du point d'intersection de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point D avec l'axe des abscisses.
5. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' . Déterminer laquelle.



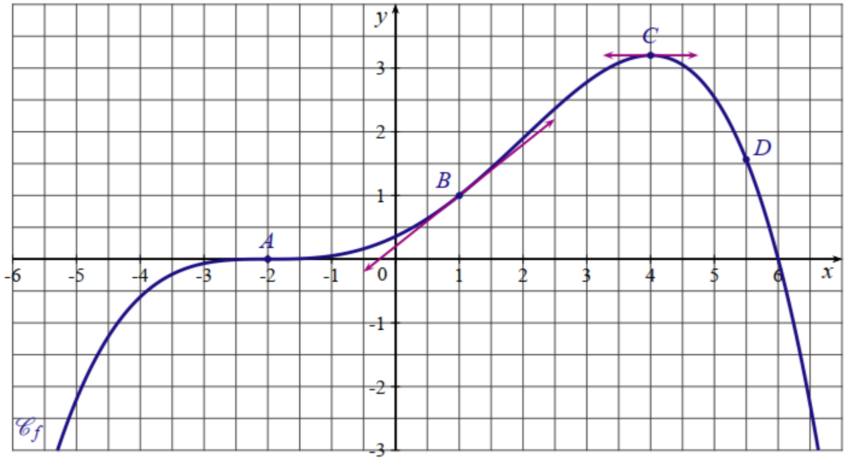
Courbe $\mathscr{C}_1$ Courbe $\mathscr{C}_2$ Courbe $\mathscr{C}_3$

Exercice 5

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' la dérivée de la fonction f.
On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ représentant la fonction f.

La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par les points $A(-2;0)$, $B(1;1)$, $C(4;3{,}2)$ et $D\left(\dfrac{11}{2};\dfrac{25}{16}\right)$.

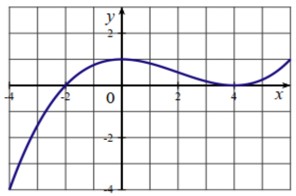
L'axe des abscisses est tangent en A à la courbe $\mathscr{C}_f$.
La courbe $\mathscr{C}_f$ admet une deuxième tangente parallèle à l'axe des abscisses au point C.
La tangente à la courbe au point B passe par le point $M(-4;-3)$.

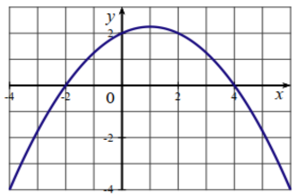


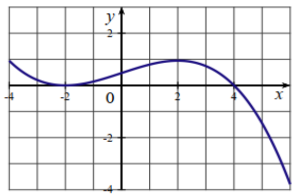
Exercice 6

À partir du graphique et des données de l'énoncé, répondre aux questions suivantes.

1. Dresser sans justification le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer $f'(-2)$, $f'(4)$ et $f'(1)$.
3. Quel est l'ensemble solution de l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$?
4. On donne $f'(5{,}5) = -2{,}5$. Calculer les coordonnées du point d'intersection de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point D avec l'axe des ordonnées.
5. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' . Déterminer laquelle.

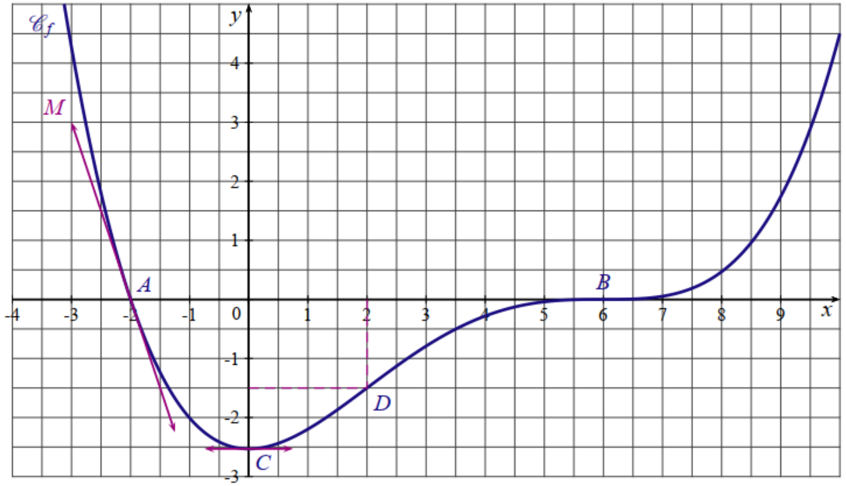

Courbe $\mathscr{C}_1$


Courbe $\mathscr{C}_2$


Courbe $\mathscr{C}_3$

Exercice 7

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' la dérivée de la fonction f.
On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ représentant la fonction f.
La courbe $\mathscr{C}_f$ coupe l'axe des abscisses au point $A(-2;0)$ et lui est tangente au point B d'abscisse 6.
La tangente à la courbe au point A passe par le point $M(-3;3)$.
La courbe $\mathscr{C}_f$ admet une deuxième tangente parallèle à l'axe des abscisses au point C d'abscisse 0.



À partir du graphique et des données de l'énoncé, répondre aux questions suivantes.

1. Dresser sans justification le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

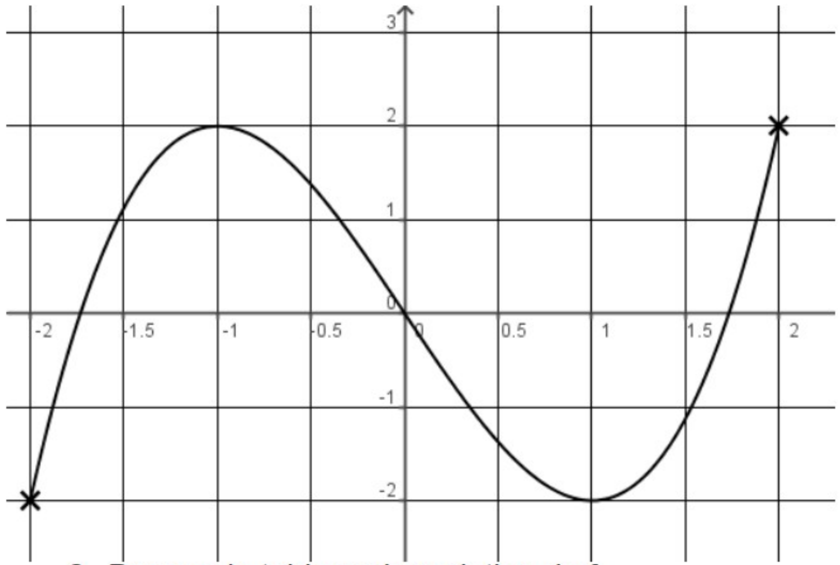
Exercice 8

Déterminer l'expression des fonctions dérivées suivantes ainsi que le nombre dérivé au point d'abscisse indiqué :

1. $f(x)=-2x^2-x$ pour $a=1$
2. $f(x)=25$ pour $a=12$
3. $f(x)=x^2+2x+3$ pour $a=2$
4. $f(x)=x^3$ pour $a=\dfrac{1}{2}$

Exercice 9

On considère la fonction f définie sur [– 2 ; 2] par la courbe donnée ci-dessous.



2. Dresser le tableau de variation de f.
3. En déduire le signe de f ’(x) en fonction de x.
4. Déterminer un intervalle où : f(x) > 0 et f ’(x) < 0.
5. Déterminer un intervalle où : f(x) < 0 et f ’(x) < 0.

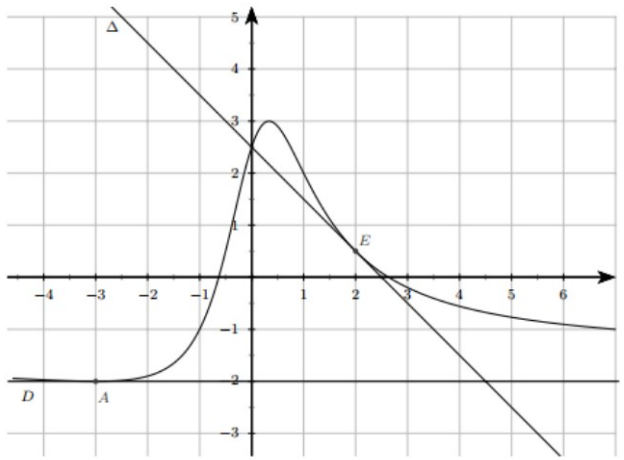
Exercice 10

Calculer les dérivées et étudier les variations des fonctions suivantes définies sur ℝ :

- $f(x) = -3x + 5$
- $f(x) = 4x^2 - 5x + 1$
- $f(x) = (x^2 - 2x + 3) \times (x - 1)$

Exercice 11

On donne la courbe C représentation graphique d’une fonction f définie sur ℝ.
Les droites Δ et D tangentes à la courbe C aux points A et E sont également tracées.

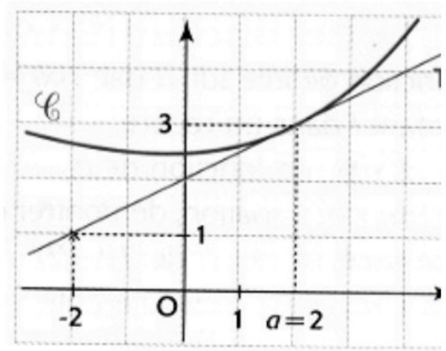


1. Déterminer graphiquement f'(−3) et f ' '(2).
2. Donner graphiquement les équations des tangentes Δet D.
3. On donne f' (1) = −2. Tracer la tangente Δà la courbe C associé à ce nombre dérivé.
4. (a) Soit D'' la droite d’équation y = 2x + 1. Tracer D'.
(b) Quel nombre dérivé de la fonction f peut-on en déduire ?

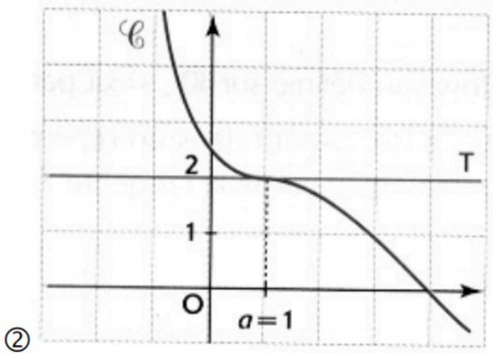
Exercice 12

(C) représente une fonction dérivable sur ℝ et la droite T est tangente à (C) au point d’abscisse a.
Dans chaque cas détermine f’(a) et donne une équation de la tangente T.

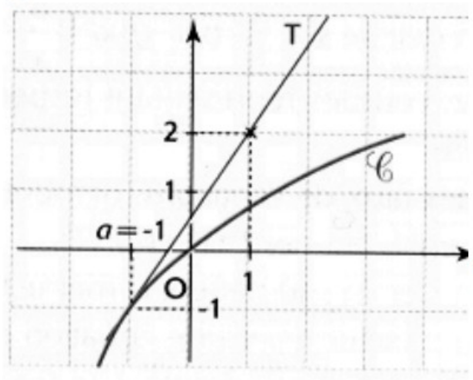
①



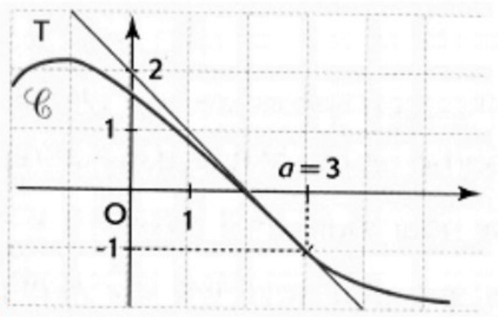
②



③



④

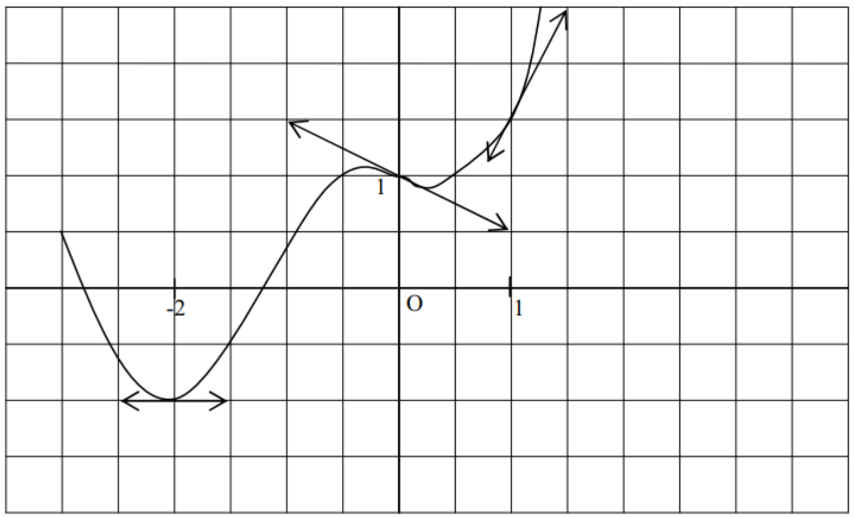


Exercice 13

La courbe représentative d'une fonction f est donnée ci-après. En chacun des points indiqués, la courbe admet une tangente qui est tracée.
En vous servant du quadrillage, compléter les égalités suivantes :

$f(0) =$ $\qquad$ $f(-2) =$ $\qquad$ $f(1) =$

$f'(0) =$ $\qquad$ $f'(-2) =$ $\qquad$ $f'(1) =$



Exercice 14

Dériver les fonctions définies ci-dessous :

$$f(x) = 4x^2 - 3x + 1$$

$$g(x) = (2x + 3)(3x - 7)$$

Exercice 15

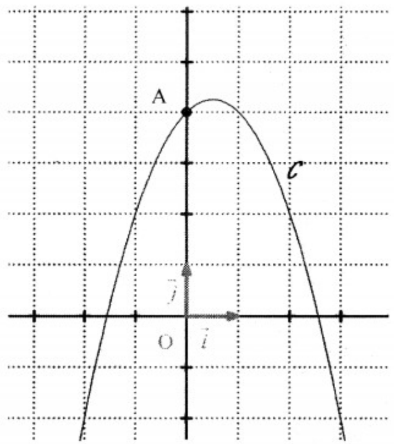
Calculer les dérivées des fonctions suivantes.
On effectuera les calculs au brouillon.
Donner l'expression de la dérivée sous la forme précisée à chaque fois.

1°) $f(x) = x\sqrt{3} - 1$ $\qquad$ $f'(x) =$ ....

2°) $f(x) = (2x-3)(x^2+4x-1)$ $\qquad$ $f'(x) =$ ....

Exercice 16

On considère la fonction $f : x \mapsto -x^2 + x + 4$. On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.



Exercice 17

1°) Calculer $f'(x)$.

$\forall x \in \mathbb{R} \qquad f'(x) =$ ……………………………….. (écrire une seule expression)

2°) On note T la tangente à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 0.

Compléter la phrase :

Le coefficient directeur de T est égal à : ……… (écrire une seule valeur).

Tracer T sur le graphique ci-dessus (au stylo ou au crayon) sous la forme d'une double flèche.

Exercice 18

Etudier les variations de la fonction suivante :

$$f(x)=x^3+3x^2-x+3$$

Exercice 19

On considère la fonction f suivante définie par :

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2-3x-3$$

1. Montrer que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer sa dérivée.
2. Etudier le signe de $f'(x)$.
3. En déduire le tableau de signe de la fonction f.

Exercice 20

Trouver les extrema de la fonction f définie par

$$f(x)=x^3-4x^2+x-3$$

Exercice 21

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3-3x-3$

On note C_f sa représentation graphique.

1. Calculer la dérivée f' de f.
2. Dresser le tableau de variation de f.
3. Déterminer une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 0.
4. Tracer T et C*f* dans le même repère.

Exercice 22

Voici le tableau de variation d'une fonction f.

x	-10		-4		2		5		9
f	0	↘	-3	↗	1	↘	-3	↗	5

De plus on donne $f'(-5)=-1 ; f'(0)=0 ; f'(6)=3$

Représenter une courbe possible pour la fonction *f* en tenant compte des informations précédentes.

Exercice 23

Dresser le tableau de variation des fonctions suivantes :

$f(x) = 2x^2 + 4x - 3 \qquad f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$

$f(x) = -x^3 + 6x^2 - 1$

Exercice 24

Soit f une fonction définie et dérivable sur $[-2;5]$ et dont le tableau de variation est le suivant :

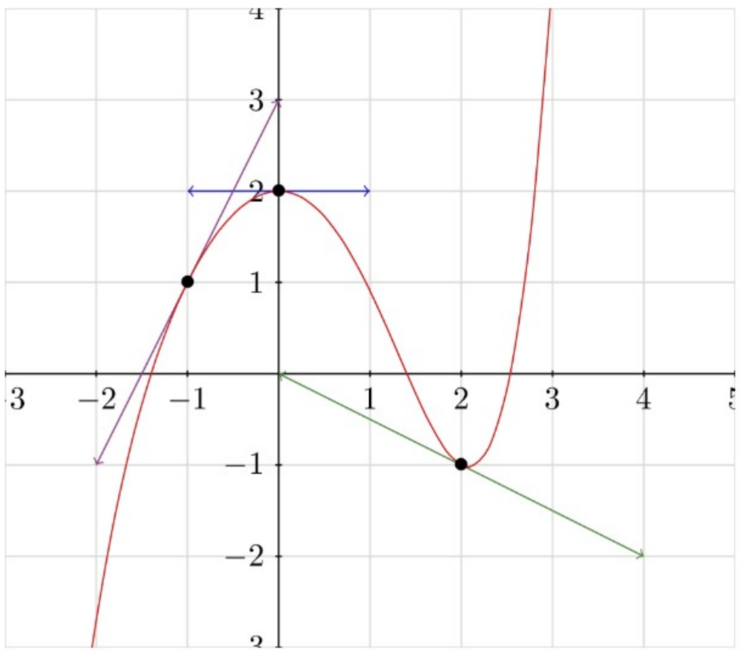
x	-2		1		4		5
f	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	10

Déterminer le nombre de solutions, et l'intervalle elles se situent, de l'équation

a) $f(x)=0$ b) $f(x)=2$ c) $f(x)=-5$

Exercice 25

Soit la représentation graphique de la fonction suivante

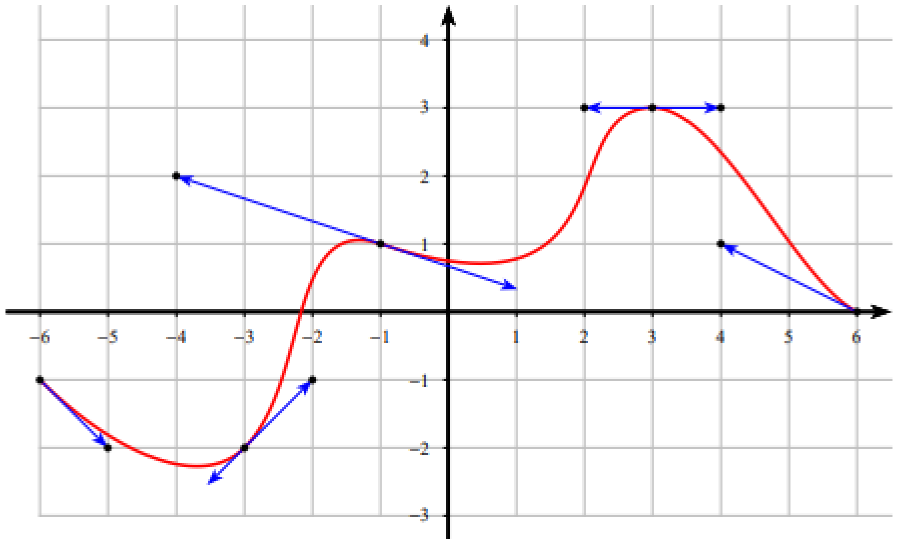


Indiquer les valeurs de $f'(-1)$, $f'(0)$ et $f'(2)$ ainsi que les équations de la tangente aux points d'abscisses $x=-1$, $x=0$ et $x=2$

Exercice 26

À l'aide de la représentation graphique ci-dessous d'une fonction f, recopier et compléter le tableau ci-contre :

x	-6	-3	-1	3	6
$f(x)$					
$f'(x)$					



Exercice 27

Soit une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

1) Donner la définition analytique du nombre dérivé de f en 1.

2) On donne $f(x) = 5x^2 - 6x + 2$.

a) Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en 1.

b) Peut-on trouver une tangente à $\mathscr{C}_f$ parallèle à la droite d'équation $y = -2x + 5$?

Exercice 28

Pour chacune des affirmations suivantes, déterminer la (ou les) bonne(s) réponse(s). On écrira sur sa copie le numéro de la question et, à côté, la (ou les) lettre(s) correspondant à la (ou les) affirmation(s) exacte(s). Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction $f : x \mapsto 3x - 9$ définie sur $\mathbb{R}$.

a. La fonction f est dérivable en 2.

b. $f'(0) = -9$.

c. $f(4) = f'(4)$

2. On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère. La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2 est la droite T d'équation réduite $y = -3x + 5$.

a. La courbe $\mathcal{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(-3\,;5)$.

b. $f'(2) = -3$.

c. $f'(-3) = 2$.

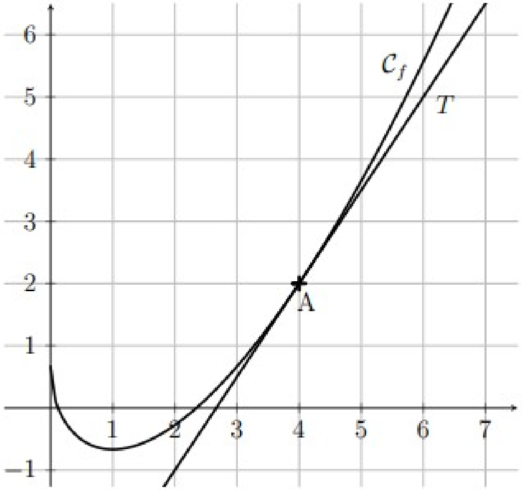
3. On note g la fonction racine carrée et $\mathcal{C}_g$ la courbe de g dans un repère. On note, de plus, T la tangente à $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse 4.

a. La fonction g est dérivable en 0.

b. Pour tout réel $a > 0$, $g'(a) > 0$.

c. L'équation réduite de T est $y = \frac{1}{4}x + 1$.

4. Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f ainsi que sa tangente T au point A d'abscisse 4.



a. L'équation réduite de T est $y = -x + 2$.

b. $f'(4) = \frac{2}{3}$

c. $f'(4) = \frac{3}{2}$.