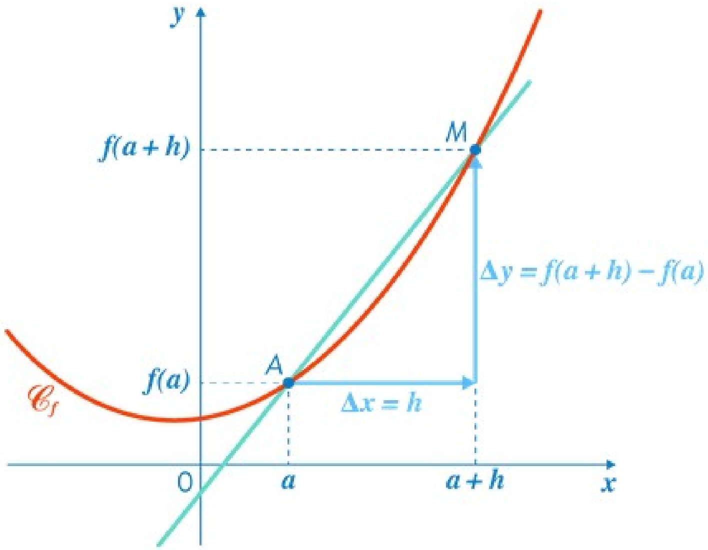
Dérivation – Fiche de cours

1. Sécante et tangente à la courbe

a. Sécante à la courbe

Une sécante à la courbe est définie comme une droite passant par 2 points de la courbe : exemple la droite (AM) est une sécante à C_f



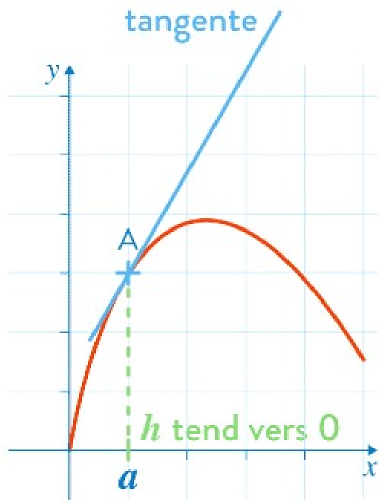
Le coefficient directeur d'une sécante à la courbe s'appelle le taux d'accroissement

On définit :

$$t(h)=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

b. Tangente à la courbe

Une tangente à la courbe est définie comme position limite des sécantes passant par ce point (les 2 points de la courbe définissant la sécante sont confondus)



Le coefficient directeur d'une tangente à la courbe s'appelle le nombre dérivé

On définit :

$$\lim_{h\to 0} t(h)=f'(a)$$

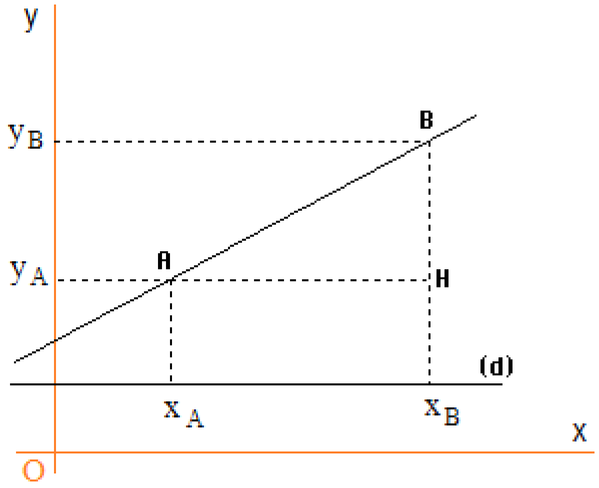
L'équation T d'une tangente à la courbe au point d'abscisse a est définie par :

$$T: y=f'(a)(x-a)+f(a)$$

c. Méthode pour déterminer une équation de droite

L'équation d'une droite a pour expression :

$$y=ax+b$$



Le coefficient directeur d'une droite est défini par :

$$a=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$$

L'ordonnée à l'origine peut être obtenue par lecture graphique ou en remplaçant les coordonnées d'un point appartenant à la droite

2. Fonctions dérivées

a. Définition

Soit une fonction f(x) définie sur un intervalle I ; si f est dérivable en I, on note f′(x) sa dérivée

b. Dérivée usuelles

Soit la fonction définie par f(x) =k $\Rightarrow$ f′(x)=0
Soit la fonction définie par f(x) =x $\Rightarrow$ f′(x)=1
Soit la fonction définie par f(x) =x^2 $\Rightarrow$ f′(x)=2x
Soit la fonction définie par f(x) =x^3 $\Rightarrow$ f′(x)=$3x^2$

c. Dérivée d'une somme, de *kf* et des polynômes

La dérivée de la somme est égale à la somme des dérivées :

$$(u+v)' = u' + v'$$

La dérivée de *kf* vaut :

$$(kf)' = kf'$$

La dérivée des polynômes usuels :

Soit la fonction définie par f(x) =ax+b $\Rightarrow$ f′(x)=a
Soit la fonction définie par f(x) =ax^2+bx+c $\Rightarrow$ f′(x)=2ax+b
Soit la fonction définie par f(x) =ax^3+bx^2+cx+d $\Rightarrow$ f′(x)=$3ax^2+2bx+c$

d. Sens de variation d'une fonction

L'étude du signe du nombre dérivé permet de connaître les variations d'une fonction :

- Si f′>0 sur I $\Leftrightarrow$ f est croissante sur I
- Si f′=0 sur I $\Leftrightarrow$ f est constante sur I
- Si f′<0 sur I $\Leftrightarrow$ f est décroissante sur I

e. Tableau de variation, extremum

On peut résumer les variations d'une fonction dans un tableau pour étudier la présence de maximum / minimum (extremum) :

x	-2	-1	1	3	4
f(x)	-10	3	-5	3	-10