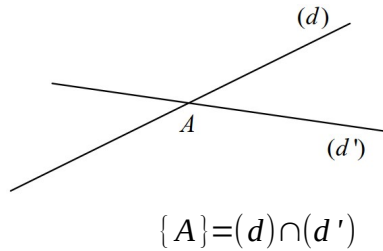


Géométrie du plan et de l'espace - Fiche de cours

1. Droites et projeté orthogonal

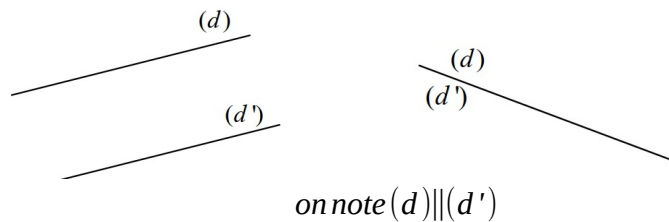
a. Droites sécantes

Deux droites sécantes ont un point d'intersection.



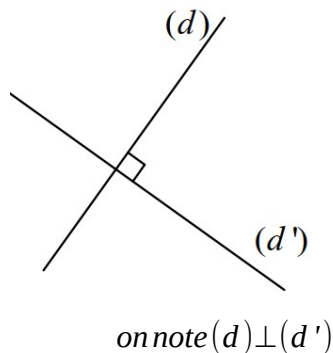
b. Droites parallèles

Deux droites parallèles n'ont pas de point d'intersection ou sont confondues.



c. Droites perpendiculaires

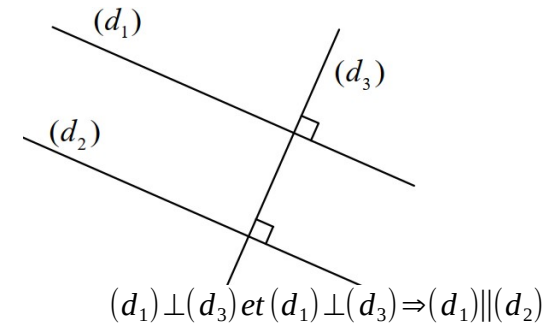
Deux droites perpendiculaires sont sécantes avec un angle droit.



c. Propriétés des droites parallèles et perpendiculaires

- propriété 1

Deux droites perpendiculaires à la même droite sont parallèles entre elles.



- propriété 2

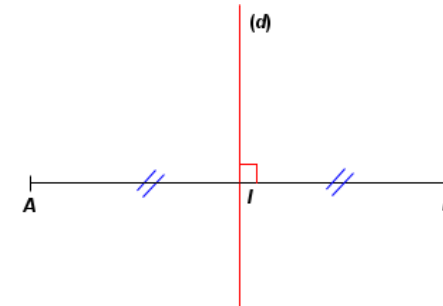
Lorsque deux droites sont parallèles alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

- propriété 3

Lorsque deux droites sont parallèles alors toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

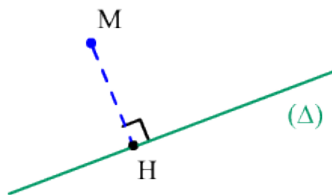
d. Médiatrice

Une médiatrice est une droite perpendiculaire à un segment et passant par son milieu.



e. Projeté orthogonal

H projeté orthogonal de M sur $(\Delta) \Leftrightarrow (MH) \perp \Delta$ et $H \in (\Delta)$

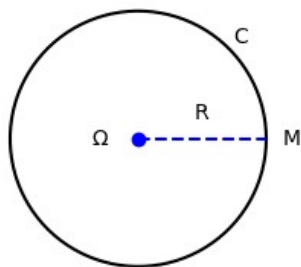


Propriété : MH est la plus petite distance entre M et (Δ)

2. Le cercle

a. Définition

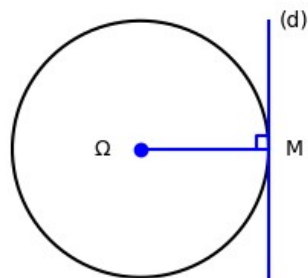
Un cercle est une infinité de points situés à égale distance d'un point.



$$M \in C \Leftrightarrow OM = R$$

b. Tangente au cercle

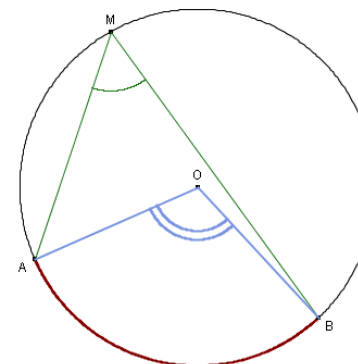
Une tangente est une droite qui a un seul point commun avec un cercle



Propriété : la tangente et le rayon passant par un point du cercle sont perpendiculaires

c. Angle au centre et angle inscrit

Deux angles inscrits sont égaux s'ils interceptent le même arc.
La mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de l'angle au centre.



d. Périmètre et surface

Le périmètre d'un cercle est défini par : $P = 2\pi R$ en unité de longueur

La surface d'un cercle est définie par : $S = \pi R^2$ en unité de surface

3. Les triangles

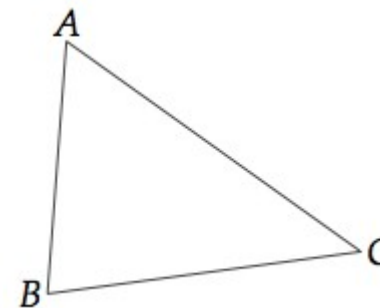
a. Généralités

- Définition

Un triangle est un polygone à 3 côtés

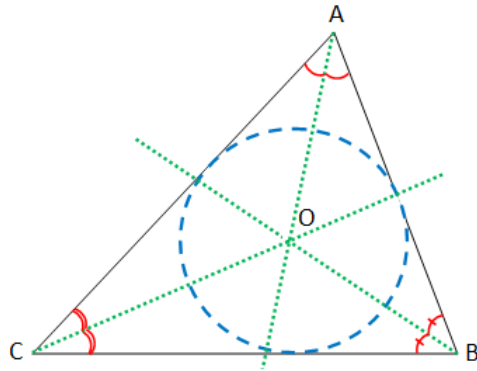
Il existe 4 types de triangles : quelconque (2 côtés égaux), équilatéral (3 côtés égaux) ou rectangle (un angle droit)

La somme des 3 angles d'un triangle vaut 180 degrés



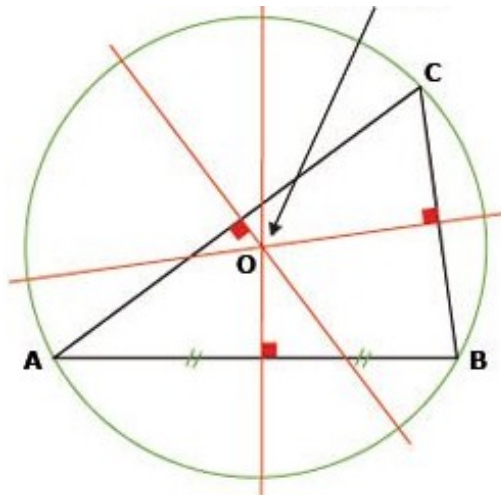
- Cercle inscrit

Le cercle inscrit a pour tangentes les 3 côtés du triangle.
Le centre du cercle inscrit d'un triangle est l'intersection des 3 bissectrices des angles.



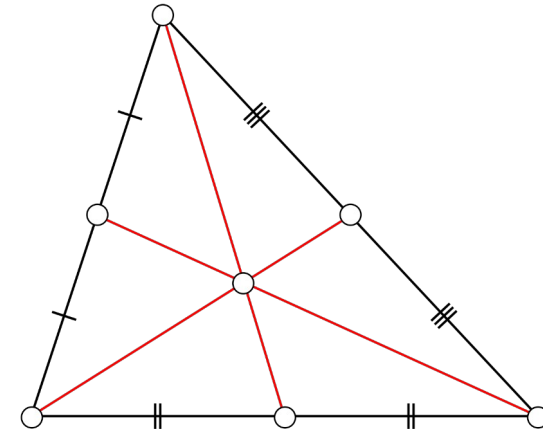
- Cercle circonscrit

Le cercle circonscrit passe par les 3 sommets d'un triangle.
Le centre du cercle circonscrit d'un triangle est l'intersection des 3 médiatrices des côtés.



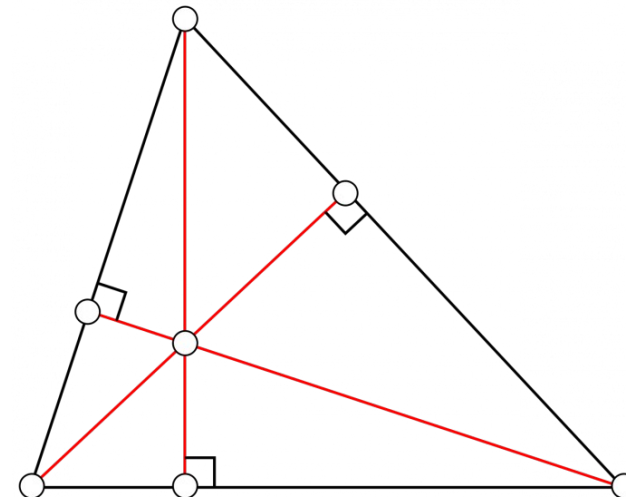
- Centre de gravité

Le centre de gravité est le point d'équilibre d'un triangle.
Le centre de gravité d'un triangle est l'intersection des 3 médianes.



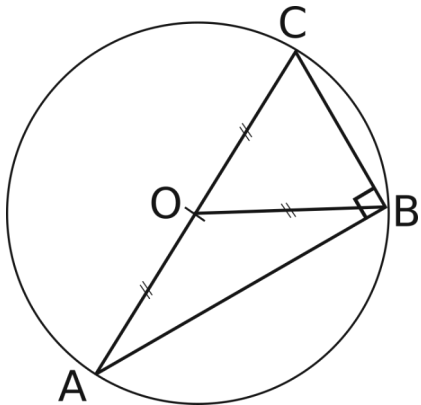
- Orthocentre

L'orthocentre d'un triangle est l'intersection des 3 hauteurs.



b. Théorème du cercle circonscrit

Un triangle est rectangle lorsque les 3 sommets appartiennent à un cercle dont le diamètre est le plus grand côté



c. Triangles égaux

Deux triangles sont égaux s'ils sont superposables ; les côtés sont égaux deux à deux, les angles sont égaux deux à deux.

d. Triangles semblables

Deux triangles sont semblables si les 3 angles sont égaux deux à deux.

Deux triangles semblables ont leurs côtés proportionnels deux à deux.

e. Surface

La surface d'un triangle est définie par :

$$S = \frac{\text{Base} \cdot \text{Hauteur}}{2} \quad \text{en unité de surface}$$

4. Les quadrilatères

a. Parallélogrammes

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés sont parallèles deux à deux.

Propriétés : Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu

b. Losange

Un losange est un parallélogramme avec 4 côtés consécutifs de même mesure.

Un losange est un parallélogramme :

- avec 2 côtés consécutifs de même mesure
- dont les 2 diagonales sont perpendiculaires

c. Rectangle

Un rectangle est un parallélogramme :

- avec deux côtés consécutifs perpendiculaires
- dont les 2 diagonales sont de même longueur

d. Carré

Un carré est un parallélogramme :

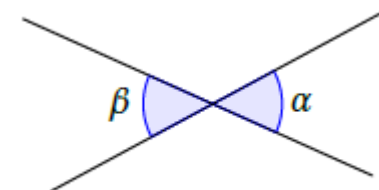
- avec deux côtés consécutifs perpendiculaires et de même longueur
- dont les diagonales sont perpendiculaires et de même longueur

e. Trapèze

Un trapèze est un quadrilatère qui a deux côtés parallèles

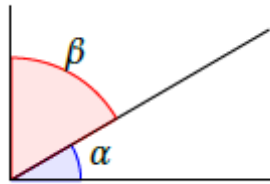
5. Les angles

a. Angles opposés au sommet



$$\alpha = \beta$$

b. Angles complémentaires



$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

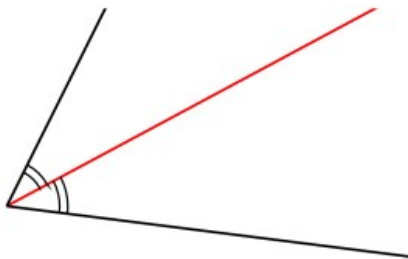
c. Angles supplémentaires



$$\alpha + \beta = 180$$

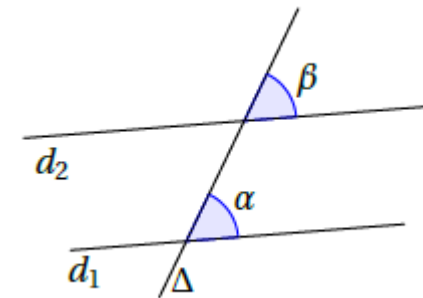
d. Bissectrice

Une bissectrice divise un angle en deux angles égaux



e. Angles correspondants des droites parallèles

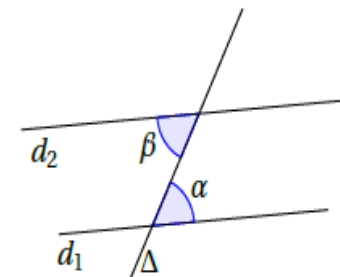
Une droite sécante à deux droites parallèles a 4 paires d'angles correspondant



$$\alpha = \beta$$

f. Angles alternes internes des droites parallèles

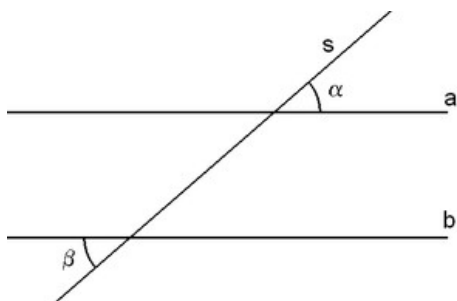
Une droite sécante à deux droites parallèles a 2 paires d'angles alternes internes



$$\alpha = \beta$$

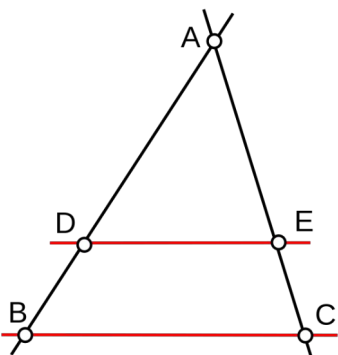
g. Angles alternes externes des droites parallèles

Une droite sécante à deux droites parallèles a 2 paires d'angles alternes externes



$$\alpha = \beta$$

5. Théorème de Thalès et réciproque



a. Théorème de Thalès

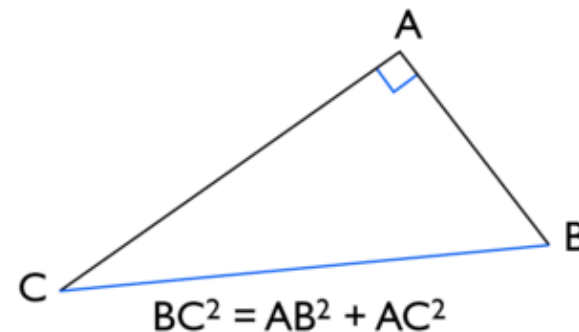
Dans les triangles (ADE) et (ABC) si $(DE) \parallel (BC)$ alors :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

b. Réciproque du théorème de Thalès

Dans les triangles (ADE) et (ABC) si $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ alors :
 $(DE) \parallel (BC)$

6. Théorème de Pythagore et réciproque



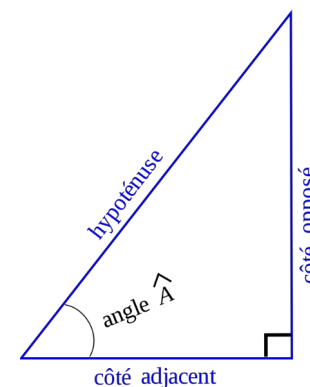
a. Théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle le carré du plus grand côté est égale à la somme des carrés des deux autres côtés.

b. Réciproque du théorème de Pythagore

Si dans un triangle le carré d'un côté est égale à la somme des carrés des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle.

7. La trigonométrie



a. Définition de cos

Dans un triangle rectangle : $\cos \hat{A} = \text{côté} \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$

b. Définition de sin

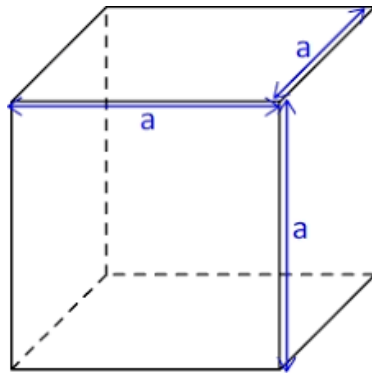
Dans un triangle rectangle : $\sin \hat{A} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$

c. Définition de tan

Dans un triangle rectangle : $\tan \hat{A} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$

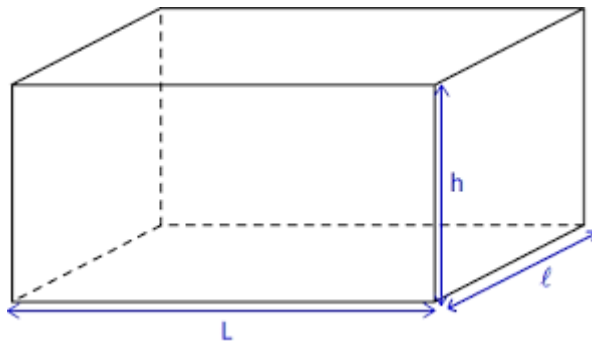
8. Les volumes de l'espace

a. Cube



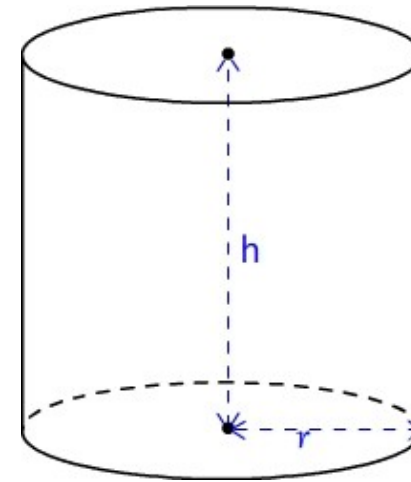
$$V = a^3$$

b. Pavé droit



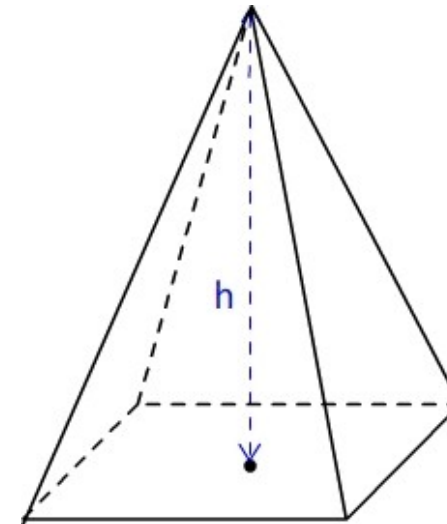
$$V = L \cdot l \cdot h$$

c. Cylindre



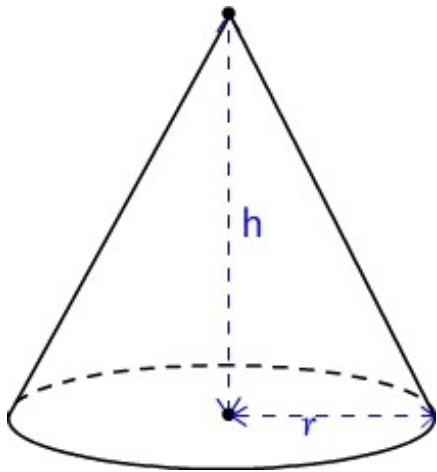
$$V = \pi r^2 h$$

d. Pyramide



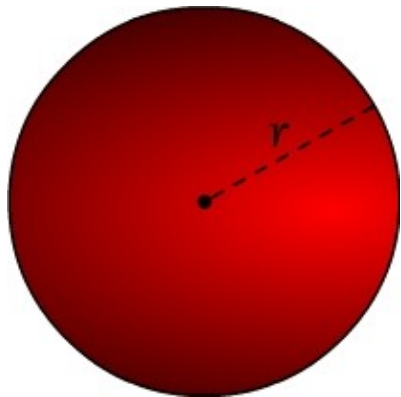
$$V = \frac{\text{surface base} \cdot h}{3}$$

f. Cône de révolution



$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

e. Sphère



$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$