# Nombres réels – Exercices - Devoirs

## Exercice 1 corrigé disponible

Compléter le tableau suivant, et pour chaque nombre, indiquer le plus petit ensemble au sens de l'inclusion, auquel ce nombre appartient.

| x | N | Z | D | Q | R |
|---|---|---|---|---|---|
| -13 | | | | | |
| 59 | | | | | |
| $-\frac{7}{4}$ | | | | | |
| $\sqrt{4}$ | | | | | |
| $\frac{23}{7}$ | | | | | |
| $4-\pi$ | | | | | |
| -3,5 | | | | | |
| $\sqrt{2}$ | | | | | |
| $\frac{3}{5}$ | | | | | |
| $\frac{1}{9}$ | | | | | |

## Exercice 2 corrigé disponible

a. Donner un rationnel non décimal.
b. Donner un réel non rationnel.
c. Donner un décimal non entier et non rationnel.
d. Donner un entier non naturel.
e. Donner un irrationnel compris entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$ .
f . Donner un entier relatif mais non naturel supérieur ou égale à l'inverse de -1 .

## Exercice 3 corrigé disponible

Compléter le tableau suivant :

| Notation d'intervalle | Inégalité(s) correspondante(s) | Représentation sur une droite graduée | Phrase |
|---|---|---|---|
| [ -3 ; 5] | | | |
| | x < 3 | | |
| | | | Intervalle de 4 à 6 fermé en 4 et ouvert en 6. |
| [ 2 ; +∞ [ | | | |
| | -3 < x ≤ - 1 | | |
| | | | Intervalle de - ∞ à 5 , fermé en 5. |
| | | | Intervalle de – 2 à 5 ouvert. |

## Exercice 4 corrigé disponible

Compléter avec les symboles ∈ ou ∉ :

1. $\sqrt{2}\cdots\cdots\left]0\ ;\ 1{,}414\right]$
2. $\sqrt{3}\cdots\cdots\left[1{,}732\ ;\ 5\right]$
3. $0{,}99\cdots\cdots\left]0\ ;\ 1\right[$
4. $10{,}01\cdots\cdots\left]10^{-1}\ ;\ 10^{1}\right]$
5. $\pi\cdots\cdots\left]0\ ;\ 3{,}14\right]$
6. $-2\cdots\cdots\left]-2{,}1\ ;\ 2\right]$

## Exercice 5 corrigé disponible

Compléter le tableau suivant :

| Intervalle I | Intervalle J | I ∩ J | I ∪ J |
|---|---|---|---|
| [ - 10 ; 2 [ | [ - 5 ; 3 ] | | |
| ] -∞ ; 2 [ | [ 0 ; 5 [ | | |
| [ 3 ; + ∞ [ | ] -∞ ; 6 [ | | |
| ] -∞ ; - 1 [ | ] – 4 ; - 3 [ | | |
| ] – 4 ; 1 ] | [ 1 ; 5 ] | | |
| ] – 4 ; 3 ] | ] 3 ; 5 ] | | |

## Exercice 6 corrigé disponible

Déterminez et simplifiez les ensembles suivants :

1. $\left]-\infty\,;8\right] \cup \left]-3\,;10\right] = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
2. $\left]-\infty\,;8\right] \cap \left]-3\,;10\right] = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
3. $\left]-\infty\,;8\right] \cup \left[1\,;+\infty\right[ = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
4. $\left]-\infty\,;8\right] \cap \left[1\,;+\infty\right[ = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
5. $A$ est l'ensemble des réels $x$ tels que : $x > 2$ et $x \leq 5$ alors
   $A = \cdots\cdots$
6. $B$ est l'ensemble des réels $x$ tels que : $x < 0$ et $x \geq -5$ alors
   $B = \cdots\cdots$

## Exercice 7 corrigé disponible

Précisez le plus petit ensemble, au sens de l'inclusion, auquel appartiennent les nombres suivants :

1. $A = \left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$ ;
2. $B = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ ;
3. $C = -\sqrt{2} \times \sqrt{8}$;
4. $D = \dfrac{1}{1+\sqrt{3}} + \dfrac{1}{1-\sqrt{3}}$ ;
5. $E = \left(1-\sqrt{2}\right)^2 + \sqrt{8}$;

## Exercice 8 corrigé disponible

I (4 points) Pour chacune des affirmation suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Si elle est fausse, indiquer pourquoi.

**Affirmation 1 :** $\left\{-2; 3; \dfrac{10}{3}\right\} \subset \mathbb{Z}$. ....................................................................

....................................................................

**Affirmation 2 :** $\left\{-2; 3; \dfrac{12}{3}\right\} \subset \mathbb{Z}$. ....................................................................

....................................................................

**Affirmation 3 :** $\{-2; \sqrt{2}; \sqrt{9}\} \subset \mathbb{Z}$. ....................................................................

....................................................................

**Affirmation 4 :** $\{3; -5; 10^{-5}\} \subset \mathbb{Z}$. ....................................................................

....................................................................

**Affirmation 5 :** $\{-3; \sqrt{25}; \pi\} \subset \mathbb{Q}$. ....................................................................

....................................................................

**Affirmation 6 :** $\left\{2; \dfrac{7}{8}; \sqrt{9}\right\} \subset \mathbb{D}$. ....................................................................

....................................................................

**Affirmation 7 :** $\{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1); \sqrt{25}; 2^{12}\} \subset \mathbb{N}$. ....................................................................

....................................................................

**Affirmation 8 :** $\{2;\sqrt{8};\sqrt{16}\} \subset \mathbb{N}$ ..........................................................

..........................................................................

**(II)** **(6 points)**

1. Compléter le tableau.

| L'ensemble | des réels vérifiant | se note |
|---|---|---|
| $I$ | $-3 \leqslant x \leqslant 7$ | |
| $J$ | $-5 \leqslant x < -2$ | |
| $K$ | | $]2\ ;\ 13]$ |
| $L$ | $x \leqslant 7$ | |
| $M$ | $1 < x$ | |

2. Ecrire les ensembles suivants de manière plus simple.
   a) $I \cap J =$ ..........................................................................
   b) $I \cup J =$ ..........................................................................
   c) $J \cap K =$ ..........................................................................
   d) $K \cup L =$ ..........................................................................
   e) $I \cap L =$ ..........................................................................
   f) $K \cup M =$ ..........................................................................

## Exercice 9 **corrigé disponible**

$x$ est l'abscisse d'un point M d'une droite graduée. Les points A, B et C de cette droite ont pour abscisses respectives 3, -3 et 5.

Traduire chacune des phrases suivantes à l'aide d'une valeur absolue, placer sur la droite les solutions et résoudre :

1. La distance OM vaut 5.
2. La distance OM est inférieure ou égale à 1.
3. La distance AM vaut 7.
4. La distance BM est strictement supérieure à 3.

## Exercice 10 **corrigé disponible**

Résoudre :

1. $|x-1|=1$
2. $|x-3|=2$
3. $|x-2|\leq 5$
4. $|x+4|\leq 1$
5. $|x+5|=|x+1|$

## Exercice 11 **corrigé disponible**

1.a. Représenter les points A, B, C, D, E, F sur une droite graduée, ayant pour abscisses respectives :

$$-\frac{1}{4} \quad ; \quad -\frac{2}{3} \quad ; \; -3 \quad ; \; 10 \quad ; \; 5 \quad ; \; 1$$

b. Calculer les distances AB, BC, EA, FC

c. Pour les segments [AB] [DF] [AE]

- calculer l'abscisse du milieu et la longueur de l'intervalle
- exprimer l'abscisse x de tout point M appartenant à cet intervalle sous la forme :

$$|x-a|\leq r$$

d. Répondre par vrai ou faux en justifiant :

D∈ [AE]  F∈ [AB]  E∈ [DF]

2. Effectuer les calculs suivants comportant des valeurs absolues :

a. $|5-3|+|4-7|$  b. $|-3-10|-|7-10|$

c. $5|0,2-1|-2|3-2,6|$  d. $|5(0,9-1.8)-3,5|$

## Exercice 12 **corrigé disponible**

3 - Recopier le tableau ci-dessous puis comparer $|x|+|y|$ et $|x+y|$ :

| $x$ | $y$ | $\lvert x\rvert$ | $\lvert y\rvert$ | $\lvert x\rvert+\lvert y\rvert$ | $\lvert x+y\rvert$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $-5$ | | | | |
| $-6$ | 2 | | | | |
| 2 | 6 | | | | |
| $-3$ | $-3$ | | | | |

# Exercice 13 corrigé disponible

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Donner la réponse exacte en justifiant toutes les étapes du calcul.

1. La quantité $(2\sqrt{2}-5)+(3-\sqrt{2})$ est égale à :
   a. $3\sqrt{2}+8$ b. $\sqrt{2}-2$ c. $8-3\sqrt{2}$ d. $2-\sqrt{2}$ e. $2+\sqrt{2}$
2. Soit x un nombre réel. Alors $|-x|$ est égale à :
   a. x b. –x c. $|x|$ d. Aucune de ces réponses
3. L'intervalle [-1 ;3] est représenté par l'inéquation :
   a. $|x+1|\leq 2$ b. $|x-1|\leq 2$ c. $1\leq|x|\leq 3$ d. Aucune de ces réponses
4. L'équation $|x+3|=5$ a pour solution :
   a. 2 b. 2 et -2 c. 2 et -8 d. 5 et 2 e. Aucune de ces réponses

# Exercice 14 corrigé disponible

ε 8 - Compléter le tableau ci-dessous :

| Encadrement | Intervalle | Centre | Rayon | Distance | Valeur absolue |
|---|---|---|---|---|---|
| $3 < x < 9$ | $x \in ]3\,;9[$ | 6 | 3 | $d(x\,;6) < 3$ | $\lvert x-6 \rvert < 3$ |
| $-3 < x < 7$ | | | | | |
| | | | | $d(x\,;-1) \leqslant 0{,}1$ | |
| | | | | | $\lvert x+2 \rvert < \frac{1}{2}$ |
| | | | | $d(x\,;2) > 4$ | |
| | $x \in [-1\,;5]$ | | | | |
| $x \leqslant -2$ ou $x > 6$ | | | | | |
| | | | | | $\lvert -x-1 \rvert > 2$ |

# Exercice 15 corrigé disponible

On appelle *triplet Pythagoricien* la donnée de trois nombres entiers $a$, $b$ et $c$ tels que : $a^2+b^2=c^2$ : on notera $(a, b, c)$ un tel triplet.

1) Trouver quelques exemples de *triplets Pythagoriciens*.

2) Un *triplet Pythagoricien* peut-il être constitué de trois nombres impairs ? Justifier.

# Exercice 16 corrigé disponible

Soient $a$, $b$ et $d$ des entiers avec $d$ non nul.

On suppose que $d$ est un diviseur de $a$ et que $d$ est un diviseur de $b$ également.

0) Traduire, en terme de multiples, les phrases :" *$d$ est un diviseur de $a$*" ; "*$d$ est un diviseur de $b$*".

1$a$ Démontrer que $a-b$ est un multiple de $d$. Qu'en déduisez-vous concernant le nombre $d$.

1$b$) En déduire que deux entiers consécutifs quelconques sont premiers entre eux.

1$c$) Que peut-on dire des fractions de forme $\frac{a}{a+1}$ où $a$ est un entier naturel quelconque ?

2) Voici un nouvel algorithme :

```
Demander à l'utilisateur l'entier relatif A de son choix.
B ← A+5
C ← B − 2
Afficher C
```

$i$) Donner l'affichage en sortie de l'algorithme lorsque l'utilisateur choisit -1 comme valeur de $A$.

$ii$) Trouver l'entier $A$ choisi par l'utilisateur au départ si l'algorithme affiche en sortie la valeur 43.

# Exercice 17 corrigé disponible

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant soigneusement la réponse.

**Affirmation 1**

La somme de deux nombres impairs est un nombre impair.

**Affirmation 2**

La somme de deux nombres pairs est un nombre pair.

# Exercice 18 corrigé disponible

Démontrer que pour tout nombre entier impair naturel n≥5, $n^2-1$ est un multiple de 4

## Exercice 19 **corrigé disponible**

Déterminer si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse, en justifiant chacune de vos réponses.

*Remarque* : pour justifier qu'une réponse est fausse, on cherche en général un contrexemple, pour justifier qu'une réponse est vraie on argumente, on démontre.

*Affirmation 1* : la somme de deux diviseurs d'un entier divise cet entier.

*Affirmation 2* : $a$, $b$ et $c$ étant des entiers, si $a$ est un diviseur du produit $bc$, alors $a$ divise au moins l'un des deux facteurs $b$ ou $c$.

*Affirmation 3* : $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\times\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$ est un nombre décimal.

*Affirmation 4*: pour tout entier $n$, l'entier $4n+7$ est impair.

*Affirmation 5* : pour tout entier naturel $n$ pair, l'entier $n^2(n+4)$ est un multiple de 8.

## Exercice 20 **corrigé disponible**

1) On donne l'algorithme suivant :

```
A ← 3
B ←5
C←2A+3B
Afficher C
```

Quel est l'affichage obtenu en sortie ?

## Exercice 21 **corrigé disponible**

Soit $n$ un entier naturel.

Développer $(n^2+2)^2$, puis en déduire une factorisation de $n^4+4$.

Le nombre $2019^4+4$ est-il un nombre premier ? Justifier.

## Exercice 22 **corrigé disponible**

**1.** Le nombre 588 peut se décomposer sous la forme $588 = 2^2\times3\times7^2$.

Quels sont ses diviseurs premiers, c'est-à-dire les nombres qui sont à la fois des nombres premiers et des diviseurs de 588 ?

**2.**

**2. a.** Déterminer la décomposition en facteurs premiers de 27 000 000.

**2. b.** Quels sont ses diviseurs premiers ?

**3.** Déterminer le plus petit nombre entier positif impair qui admet trois diviseurs premiers différents. Expliquer votre raisonnement.

4. Démontrer que la différence des carrés de deux entiers consécutifs quelconques est impaire

## Exercice 23 **corrigé disponible**

**1)** Donner les décompositions en produits de facteurs premiers de 98 et 70.

**2)** Déterminer le PGCD de 98 et 70.

**3)** Déterminer le PPCM (plus petit multiple commun) de 98 et 70.

**4)** Comparer les produits PGCD×PPCM avec 98 × 70

## Exercice 24 **corrigé disponible**

**1)** Déterminer si le nombre 11 309 est premier. Justifier la réponse.

**2)** Décomposer en produits de facteurs premiers 715 et donner le nombre de ses diviseurs.

**3)** Déterminer le PGCD de 103 950 et 8 820 par la méthode des divisions euclidiennes.

**4)** Déterminer le PGCD de $a = 2^2\times3^2\times5^9$ et $b = 2\times3^4\times5^2\times7^3$

## Exercice 25 **corrigé disponible**

Simplifier la fraction $C=\frac{1331}{1573}$

## Exercice 26 **corrigé disponible**

Déterminer le PGCD de 858 et 910

## Exercice 27 **corrigé disponible**

Trouver deux naturels pairs consécutifs dont la somme est 206 ?

## Exercice 28 **corrigé disponible**

Soient $p$ et $q$ deux nombres premiers supérieurs ou égaux à 3.
Est-il vrai que $p + q$ est un nombre pair ? Justifier.

## Exercice 29 **corrigé disponible**

Démontrer les propositions logiques suivantes :

a) La somme de deux nombres pairs est paire.

b) Le produit de deux nombres pairs est un multiple de 4.

## Exercice 30 **corrigé disponible**

Montrer que pour tout entier relatif $a$, 6 divise $a(a^2 - 1)$

## Exercice 31 **corrigé disponible**

$n$ est un naturel. Démontrer que quel que soit $n$, $3n^4 + 5n + 1$ est impair et en déduire que ne nombre n'est jamais divisible par $n(n + 1)$.