Fonctions racines carrées – Exercices - Devoirs

Exercice 1 **corrigé disponible**

Soit la fonction définie par $f(x)=\sqrt{x}$

1. Quel est le domaine de définition de $f(x)$?
2. Démontrer le sens de variation de la fonction racine carrée.
3. Comparer $f(3)$ et $f(\pi)$; justifier

Soit les fonctions $h(x)=\sqrt{(x+1)}$ $k(x)=\sqrt{(x)}+1$ $\forall x\in[0;+\infty[$

4. Comparer $h(x)$ et $k(x)$; justifier.
5. Démontrer que $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel.
6. Indiquer la (les) réponse(s) correcte(s) en justifiant :
   a. $\forall n\in\mathbb{N}$ $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\geq 1$
   b. $\sqrt{3}-\sqrt{2}\leq 1$
   c. $\forall n\in\mathbb{N}$ $\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\geq 1$
7. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a\in\mathbb{Z}$ $b\in\mathbb{N}$ b étant le plus petit possible :
   $A=-5\sqrt{28}+5\sqrt{63}-\sqrt{112}$ $B=\sqrt{160}\times\sqrt{40}\times\sqrt{90}$
8. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a+b\sqrt{c}$ avec $a\in\mathbb{Z}$ $b\in\mathbb{Z}$ $c\in\mathbb{N}$ c étant le plus petit possible :
   $A=(4\sqrt{5}-3\sqrt{6})^2$ $B=(2\sqrt{10}+4\sqrt{6})^2$
9. Ecrire sans racine carrée au dénominateur :
   $A=\dfrac{2+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}$
10. Calculer ou résoudre en justifiant :
    a. $\sqrt{\left(\pi-\dfrac{7}{2}\right)^2}$ b. $\sqrt{x-5}=3$ c. $\sqrt{(x-5)^2}=3$

Exercice 2

1. Montrer que $\sqrt{2}+1$ est l'inverse de $\sqrt{2}-1$
2. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a+b\sqrt{c}$ avec $a\in\mathbb{Z}$ $b\in\mathbb{Z}$ $c\in\mathbb{N}$ c étant le plus petit possible :
   - $\sqrt{28}\times\sqrt{63}\times\sqrt{12}$
   - $(5\sqrt{3}-7\sqrt{2})\cdot(2\sqrt{3})$
   - $(4\sqrt{7}+2)\cdot(3-\sqrt{7})-10\sqrt{7}$
   - $\dfrac{(2\sqrt{7}-3\sqrt{2})}{\sqrt{2}}$
   - $(\sqrt{3}+5)^2+(\sqrt{3}-5)^2$
3. Le nombre d'or est défini par $\phi=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$
   Ce nombre est solution de l'équation $x^2=x+1$
   Calculer ϕ^2 et $\phi+1$. Conclure
4. Résoudre :
   a. $\sqrt{(x-4)^2}=-1$ b. $\sqrt{(3-x)^2}=\sqrt{64}$ c. $\sqrt{2x-1}=x$

Exercice 3

1. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b le plus petit possible :
   $A=-5\sqrt{12}+2\sqrt{48}+2\sqrt{27}$ $B=\sqrt{112}\times\sqrt{28}\times\sqrt{63}$
2. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a+b\sqrt{c}$ avec a, b et c entiers :
   $C=(2\sqrt{7}+3\sqrt{10})^2$ $D=(\sqrt{5}-2\sqrt{11})^2$
3. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier :
   $E=(4-3\sqrt{5})(4+3\sqrt{5})$ $F=\dfrac{16\sqrt{18}}{6\sqrt{32}}$