

# Modèles démographiques – Exercices – Devoirs

## Exercice 1 corrigé disponible

Dans chacun des cas suivants, calculer la variation absolue et la variation relative d'une quantité évoluant de la valeur  $V_i$  à la valeur  $V_f$ .

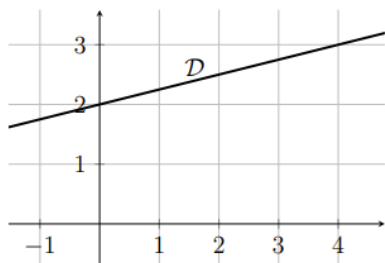
a)  $V_i = 1$  et  $V_f = 3$     b)  $V_i = 4$  et  $V_f = 2$     c)  $V_i = 10$  et  $V_f = 100$ .

## Exercice 2 corrigé disponible

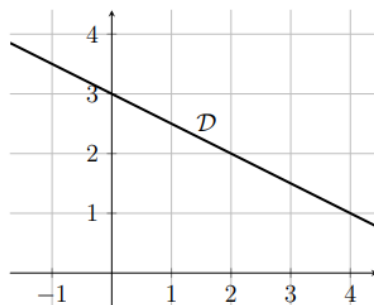
Dans chacun des cas suivants, déterminer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite  $\mathcal{D}$ .

1. a)  $\mathcal{D} : y = 3x + 1$     b)  $\mathcal{D} : y = x - 3$     c)  $\mathcal{D} : y = 2 - 3x$

2. a)



b)



## Exercice 3 corrigé disponible

Dans chaque cas, indiquer si les nombres de la liste peuvent ou non être les premiers termes d'une suite arithmétique.

a) 1 ; 4 ; 7 ; 10 ; 13 ; 16    b) 2 ; 7 ; 12 ; 17 ; 27 ; 32    c) 8 ; 4 ; 0 ; -4 ; -8

## Exercice 4 corrigé disponible

Soit  $u$  une suite arithmétique de premier terme  $u(0) = 3$  et de raison 5.

1. Exprimer, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u(n)$  en fonction de  $n$ .
2. Calculer  $u(5)$  et  $u(10)$ .

## Exercice 5 corrigé disponible

Une population a une évolution linéaire. Cette population est de 352 000 individus en 2010 et de 356 000 individus en 2014. Quelle est la population en 2021 ?

## Exercice 6 corrigé disponible

La population des Hauts-de-France a augmenté d'environ 9400 par an entre 1990 et 1999. En 1990, la population était de 5 770 671.

1. Justifier qu'on est dans une situation où le modèle linéaire est adapté.
2. On prend l'année 1990 comme année 0 et on considère la suite  $u$  telle que  $u(n)$  modélise la population des Hauts-de-France à l'année  $n$ .
  - a. Déterminer l'expression de  $u(n)$  en fonction de  $n$  pour tout entier naturel  $n$ .
  - b. Calculer la population des Hauts-de-France en 1999.
  - c. En 2008, la population des Hauts-de-France est 5 931 091. L'évolution de la population semble-t-elle suivre le même modèle au-delà de 1999 ?

## Exercice 7 corrigé disponible

Le tableau suivant donne la population européenne, exprimée en millions d'habitants, entre 1980 et 1988 (les valeurs ont été arrondies au dixième près)<sup>1</sup>.

année	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988
population	693,6	696,5	699,3	702,1	704,8	707,6	710,4	713,3	716,1

1. Justifier que le modèle linéaire est adapté à l'évolution de cette population. Dans la suite, on se place dans ce modèle.

2. On note  $u(n)$  la population européenne à l'année  $1980 + n$  (c'est-à-dire on prend 1980 comme année 0).
- Quelle est la nature de la suite  $u$  ?
  - Déterminer, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u(n)$  en fonction de  $n$ .
  - Dans ce modèle, quelle serait la population européenne en 2000 ?
  - La population européenne en 2000 était en fait d'environ 725,6 millions d'individus. Que peut-on en déduire ?

### Exercice 8 corrigé disponible

Une population a une évolution exponentielle. Cette population est de 25 600 individus en 2010 et de 30 976 individus en 2012. On note  $u(n)$  la population de cette ville à l'année  $2010 + n$ .

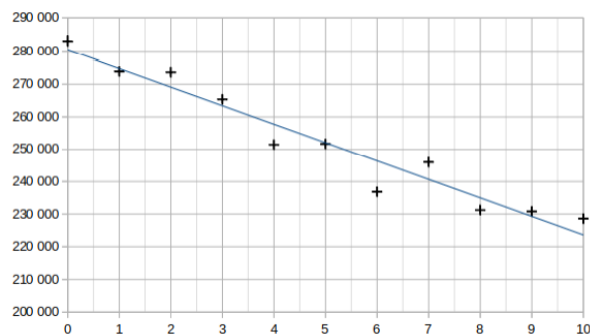
- Donner la nature de la suite  $u$  et déterminer sa raison.
- Quel est le taux de variation annuel de cette population ?
- Donner une estimation de la population en 2020.

### Exercice 9 corrigé disponible

Le tableau suivant donne les nombres de mariages entre personnes de sexes différents en France entre 2005 et 2015<sup>2</sup>.

année	2005	2006	2007	2008	2009	2010
population	283 036	273 914	273 669	265 404	251 478	252 654
année	2011	2012	2013	2014	2015	
population	236 826	245 930	231 225	230 770	228 565	

On a représenté sur le graphique suivant le nombre de mariages entre personnes de sexes différents entre 2005 et 2015, en prenant 2005 comme année 0. On souhaite modéliser cette évolution par un modèle linéaire. Pour cela, on a également tracé sur le graphique la droite d'ajustement linéaire.



- Déterminer graphiquement l'ordonnée à l'origine de cette droite.
- Déterminer le coefficient directeur de cette droite.
- Estimer le nombre de mariages entre personnes de sexes différents en France 2018.
- L'INSEE estime le nombre de mariages entre personnes de sexes différents à 228 349 en 2019. Que peut-on en déduire ?

### Exercice 10

Dans chaque cas, indiquer si les nombres de la liste peuvent ou non être les premiers termes d'une suite géométrique. Si c'est le cas, déterminer la raison de cette suite.

- a) 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32    b) 4 ; 2 ; 1 ; 0,5 ; 0,25 ; 0,125    c) 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5

### Exercice 11

Soit  $u$  une suite géométrique de premier terme  $u(0) = 2$  et de raison 3.

- Exprimer, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u(n)$  en fonction de  $n$ .
- Calculer  $u(3)$  et  $u(5)$ .

### Exercice 12

Une population a une évolution exponentielle. Cette population est de 25 600 individus en 2010 et de 30 976 individus en 2012. On note  $u(n)$  la population de cette ville à l'année  $2010 + n$ .

- Donner la nature de la suite  $u$  et déterminer sa raison.
- Quel est le taux de variation annuel de cette population ?
- Donner une estimation de la population en 2020.

### Exercice 13

La population de la région Occitanie a été multipliée par 1,0071 chaque année entre 1990 et 1999. En 1990, la population de la région était de 4 546 249.

- Justifier que l'on est dans une situation où le modèle exponentiel est adapté.

2. On prend l'année 1990 comme année 0 et on considère la suite  $u$  telle que  $u(n)$  modélise la population de l'Occitanie à l'année  $n$ .

- Déterminer l'expression de  $u(n)$  en fonction de  $n$  pour tout entier naturel  $n$ .
- Calculer la population de l'Occitanie en 1999.
- En 2008, la population de l'Occitanie est 5 419 946. L'évolution de la population semble-t-elle suivre le même modèle au-delà de 1999 ?

## Exercice 14

La perruche à collier est une espèce originaire d'Afrique centrale et occidentale, d'Asie, d'Inde et du Pakistan. Elle a été importée en Europe comme oiseau domestique mais certains individus de cette espèce se sont échappés des conteneurs de transport et ont commencé à nicher près des zones aéroportuaires. Ainsi, on commence à en signaler en Île-de-France à partir de 1990. Différents comptages<sup>1</sup> ont permis d'obtenir les résultats suivants :

année	2006	2008	2012	2014
population	500	1 050	2 700	5 000

Dans « Dynamique de population de la perruche à collier *Psittacula krameri* introduite en Île-de-France »<sup>2</sup>, les auteurs écrivent : « on observe une tendance de type exponentielle ».

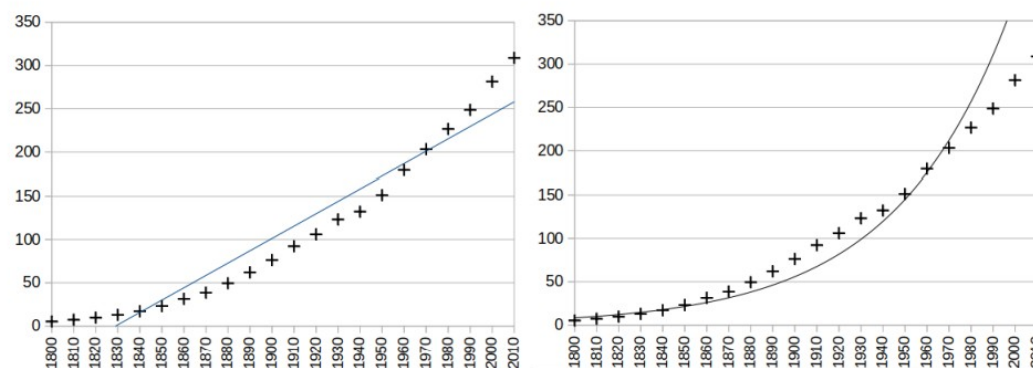
Déterminer si cette affirmation est justifiée ou non.

## Exercice 15

Le tableau suivant donne la population des États-Unis exprimée en millions d'habitants entre 1800 et 2010 arrondie au dixième près<sup>3</sup>.

année	1800	1810	1820	1830	1840	1850	1860	1870	1880	1890	1900
population	5,2	7,2	9,6	12,9	17,1	23,2	31,4	38,6	49,4	62	76,2
année	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
population	92,2	106	123,2	132,2	151,3	179,3	203,2	226,6	248,7	281,4	308,7

Sur les graphiques suivants, on a représenté les données précédentes. Sur le graphique de gauche, on a tracé la droite d'ajustement linéaire et sur celui de droite la courbe d'ajustement exponentiel.



- Au vu des graphiques précédents, le modèle linéaire ou le modèle exponentiel semble-t-il adapté pour décrire l'évolution de la population des États-Unis entre 1800 et 2010.
- On s'intéresse à la période 1800-1860.
  - Calculer sur cette période les variations absolues et les variations relatives.
  - Quel modèle (linéaire ou exponentiel) semble le plus adapté pour décrire l'évolution de la population entre 1800 et 1860 ?
  - Pour ce modèle, déterminer la nature de la suite associée et la raison de cette suite. (On arrondira à  $10^{-2}$  près.)
  - Si l'évolution avait continué de façon similaire à cette période, quelle aurait été la population des États-Unis en 2000 ?
- On s'intéresse à la période 1950-1990.
  - Calculer sur cette période les variations absolues et les variations relatives.
  - Quel modèle (linéaire ou exponentiel) semble le plus adapté pour décrire l'évolution de la population entre 1950 et 1990 ?
  - Pour ce modèle, déterminer la nature de la suite associée et la raison de cette suite. (On arrondira à l'entier le plus proche.)
  - En utilisant ce modèle, estimer la population des États-Unis en 2020
  - Rechercher la valeur exacte de la population des États-Unis en 2020 et comparer avec l'estimation précédente.

## Exercice 16

- La population en France métropolitaine en 2006 était de 61,4 millions et la population en France métropolitaine en 2013 était de 63,7 millions.
  - Quel est le taux de variation de la population entre 2006 et 2013 ?
  - En se plaçant dans le modèle de Malthus, évaluer la population française en 2020.
- La population française vivant dans les départements d'Outre-Mer (DOM) était de 1,787 millions en 2006 et elle a augmenté de 4,2% en 7 ans.
  - Déterminer la population des DOM en 2013.
  - En se plaçant dans le modèle de Malthus, évaluer la population des DOM en 2020.
  - Cette population était en réalité de 2,172 millions d'habitants. Que peut-on en déduire ?

## Exercice 17

- En Argentine, la population totale est de 45,6 millions d'habitants. Dans cette population, on estime que le taux de natalité est de 16,5‰ et que le taux de mortalité est de 7,6‰.
  - Calculer le taux de variation de la population argentine.
  - En suivant le modèle de Malthus, à combien peut-on évaluer la population argentine en 2030.
- Au Japon, le taux de variation de la population est de  $-3,5‰$  pour une population totale de 126 millions d'habitants.

En suivant le modèle de Malthus, estimer la population japonaise en 2030.

## Exercice 18

Au Canada, le taux de natalité est estimé à 10,2‰ et le taux de mortalité à 7,9‰.

- Calculer le taux de variation de la population en suivant la méthode de Malthus.
- Le taux de variation de la population canadienne est estimé à 8,5‰.
  - Comparer cette valeur au résultat du calcul précédent. Que constate-t-on ?
  - Proposer une explication.

## Exercice 19

### Document 3 : modélisation d'une population d'une colonie de chauve-souris

Les colonies de chauves-souris ne sont constituées que de femelles et des petits nouveaux nés. Les mâles vivent ailleurs.

En l'absence d'éoliennes, le nombre de femelles chauves-souris de la colonie considérée augmente chaque année de 27 %. On note  $U_0$  le nombre de femelles chauves-souris de cette colonie en mai 2020 et  $U_n$  le nombre de femelles chauves-souris de cette colonie  $n$  années plus tard, c'est-à-dire en mai de l'année 2020 +  $n$ .

En présence d'éoliennes, le nombre de femelles chauves-souris de cette colonie diminue chaque année de 19 %. On note  $V_0$  le nombre de femelles chauves-souris de cette colonie en mai 2020 et  $V_n$  le nombre de femelles chauves-souris de cette colonie  $n$  années plus tard, c'est-à-dire en mai de l'année 2020 +  $n$ .

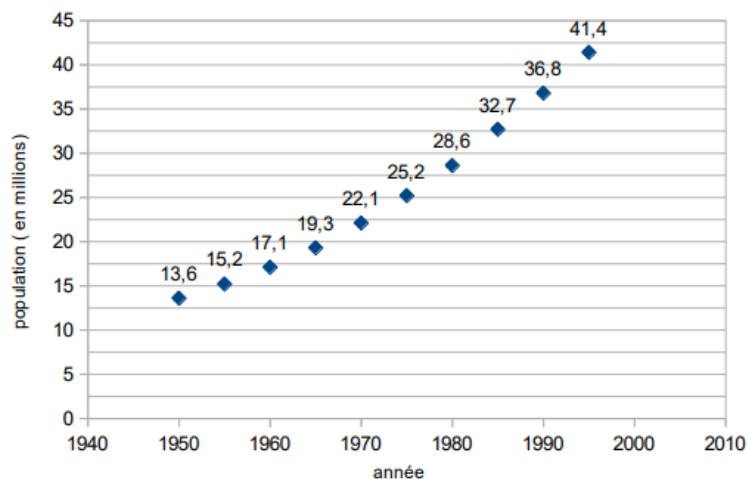
En supposant que le nombre de femelles de la colonie considérée était égal à **200 individus** en mai 2020, répondre aux questions suivantes :

- Pour les deux suites considérées, calculer  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $V_1$  et  $V_2$ .
- Montrer que, pour tout entier  $n$  positif,  $V_n = 200 \times 0,81^n$  et en déduire la nature de la suite  $(V_n)$ .
- Montrer que, en présence d'éoliennes, le nombre de femelles de la colonie est divisé par 8 en environ 10 ans.
- Indiquer l'intérêt de faire des études préalables avant l'installation de parcs éoliens.

## Exercice 20

Cet exercice a pour objet l'étude démographique d'une population.

**Document 1 : effectifs de la population en Afrique du Sud depuis 1950**



D'après World population prospects

**Document 2 : données démographiques d'Afrique du Sud**

Année	Taux de natalité (pour mille)	Taux de mortalité (pour mille)	Taux d'accroissement annuel moyen (pour cent)
1950	43,3	20,3	2,3
1960	41,6	16,7	2,5
1970	37,1	13,1	2,4
1980	33,9	10,2	2,4
1990	28,3	8,1	2
2000	22,6	16,9	0,6

D'après World population prospects

**Document 3 : la démographie dans différents pays d'Afrique sub-saharienne**

Depuis 1990, l'Afrique sub-saharienne, globalement, est entrée dans une phase de ralentissement démographique, passant de 2,9 % de croissance par an vers 1985 à 2,3 % en 2000.

Mais ce ralentissement se fait à des rythmes variables, et même divergents entre les pays. À un extrême, on trouve une petite vingtaine de pays, de différentes sous-régions, dont les croissances n'ont pas changé ou même ont légèrement augmenté depuis 1985 (le Niger, le Mali, le Mozambique, la Somalie, etc.) ; à l'autre extrême, les cinq pays d'Afrique australe, le Zimbabwe et la Zambie dont les taux de croissance s'effondrent littéralement à partir de 1995 avec la surmortalité due au SIDA[...] : l'Afrique du Sud et le Botswana par exemple passent respectivement d'une croissance de 2,0 % et 2,8 % en 1990-1994 à 0,6 % et 0,9 % dix ans plus tard. C'est un exemple unique dans l'histoire

D'après « la démographie de l'Afrique au sud du Sahara des années 1950 aux années 2000 »  
Population, 2004 Tabutin - Schoumaker

www.cairn-int.info/revue-population-2004-3-page-521.htm

En 1950, l'Afrique du Sud est peuplée de 13,6 millions d'habitants.

Entre 1950 et 1990, on a constaté que la population sud-africaine a augmenté en moyenne, d'une année sur l'autre, de 2,5%.

On modélise la population sud-africaine à l'aide d'une suite  $u$ .

On note  $u(0)$  le nombre d'habitants en Afrique du Sud en 1950 et  $u(n)$  la population d'Afrique du Sud  $n$  années après 1950.

Ainsi  $u(1)$  est le nombre d'habitants en 1951.

1- Justifier que l'on a la relation :  $u(n+1) = 1,025 \times u(n)$  pour  $n$  entier naturel.

2- Vérifier qu'à l'aide de ce modèle, la population sud-africaine en 1951 est estimée à environ 13,9 millions d'habitants.

3- À l'aide de ce modèle, estimer le nombre d'habitants en 1995 et comparer avec la valeur donnée sur le document 1.

Indiquer si la modélisation de la variation de la population sud-africaine semble satisfaisante et justifier la réponse.

4- Selon ce modèle, indiquer à partir de quelle année la population d'Afrique du sud dépassera 50 millions d'habitants.

5- La population d'Afrique du Sud comptait respectivement 44 millions d'habitants en 2000 et 45,3 millions en 2005.

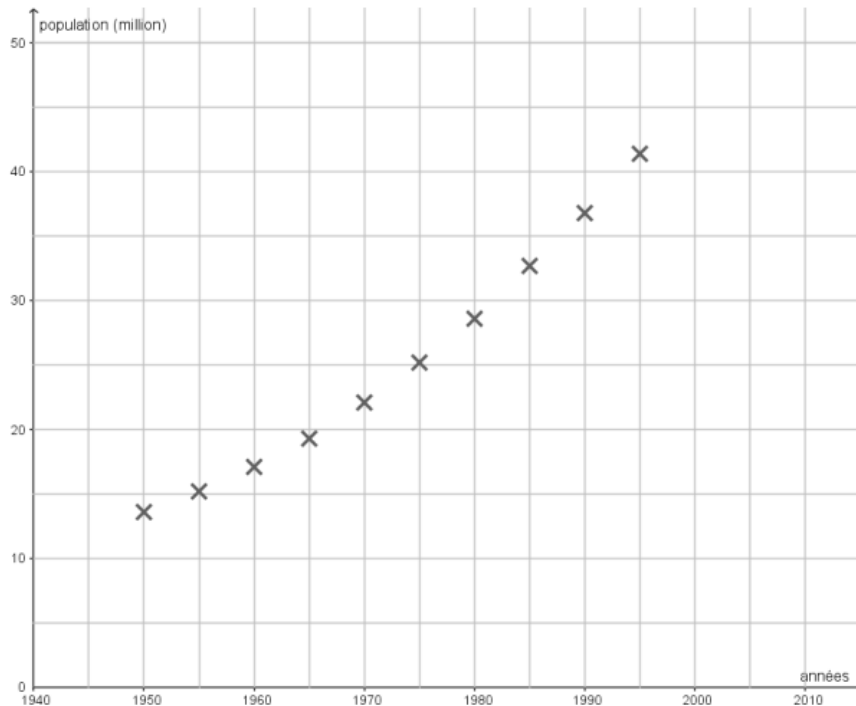
Compléter avec ces données le graphique fourni **en annexe (à rendre avec la copie)**. Indiquer si ces données sont conformes au modèle proposé. Justifier la réponse.

6- En utilisant le document 2, justifier que le taux d'accroissement annuel moyen en 1970 est de 2,4 %.

7- Au regard du document 2, on émet l'hypothèse qu'à partir de 1950, le taux de mortalité de la population diminue de 3 points sur mille tous les 10 ans. Calculer les taux de mortalité attendus en 1990 et 2000. Les comparer aux valeurs réelles.

8- À partir de 1995, la population sud-africaine n'a plus suivi la variation prévue par ce dernier modèle. À l'aide des documents 2 et 3, donner des arguments permettant d'expliquer ce phénomène.

Réponse à la question 5



## Exercice 21

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la population en France métropolitaine de 1946 à 2013.

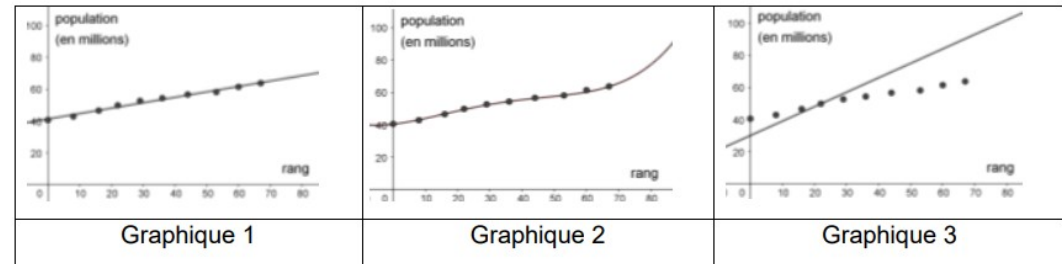
Année	1946	1954	1962	1968	1975	1982	1990	1999	2006	2013
Rang $x_i$	0	8	16	22	29	36	44	53	60	67
Population en millions $y_i$	40,5	42,8	46,5	49,8	52,7	54,3	56,6	58,2	61,4	63,7

Source INED ined.fr

Afin de faire des prévisions, cette évolution est représentée par un nuage de points dans le but d'en faire un ajustement affine.

Une équation de la droite d'ajustement du nuage est :  $y = 0,341x + 41,21$

1- Parmi les trois graphiques ci-dessous, quel est selon vous celui qui correspond à la droite d'ajustement trouvée ? Justifier.



2- Après avoir déterminé le rang correspondant à l'année 2020, montrer, à l'aide de l'équation de la droite, que le modèle prévoit une population française de 66,4 millions d'habitants à cette date.

Le recensement effectué au cours de l'année 2020 montre que la population en France métropolitaine est de 64,9 millions d'habitants.

3- Au-delà d'un écart supérieur à un million, ce modèle n'est pas valide. Conclure sur la validité du modèle en 2020. Justifier la réponse.

Afin d'affiner les prévisions, il est envisagé de modifier le modèle précédent. Les relevés annuels de la population en France Métropolitaine de 2013 à 2020 sont donnés ci-dessous :

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Rang $x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
Population en millions $y_i$	63,7	64	64,3	64,5	64,6	64,7	64,8	64,9

source : *ined.fr*

Une droite d'équation  $y = 0,163x + 63,87$  correspond au nouveau modèle choisi pour les 30 années à venir.

Nous souhaitons savoir à partir de quelle année la population en France métropolitaine dépassera, d'après le nouveau modèle, les 65,5 millions d'habitants.

Afin d'automatiser les calculs, nous avons programmé la fonction <code>seuil_pop</code> en langage Python ci-contre.	<pre>1 def seuil_pop(): 2     n=0 3     pop=63.7 4     while pop&lt;65.5: 5         n=n+1 6         pop= 7     return (2013+n)</pre>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

4- Recopier parmi les quatre propositions suivantes celle qui correspond à la donnée manquante du programme :

- Proposition a :  $pop = 0.163*n+0$
- Proposition b :  $pop = 0.163*n+63.87$
- Proposition c :  $pop = pop+1$
- Proposition d :  $pop = 0.163*pop+63.87$

5- À partir de quelle année la population en France métropolitaine dépassera-t-elle les 65,5 millions d'habitants ?