Fonction logarithme népérien – Fiche de cours

1. Définitions et propriétés algébriques

a. Définition

La fonction logarithme est définie comme la réciproque de la fonction exponentielle

si $x=e^y$ alors $y=\ln x$ pour $x>0$

b. Propriétés algébriques

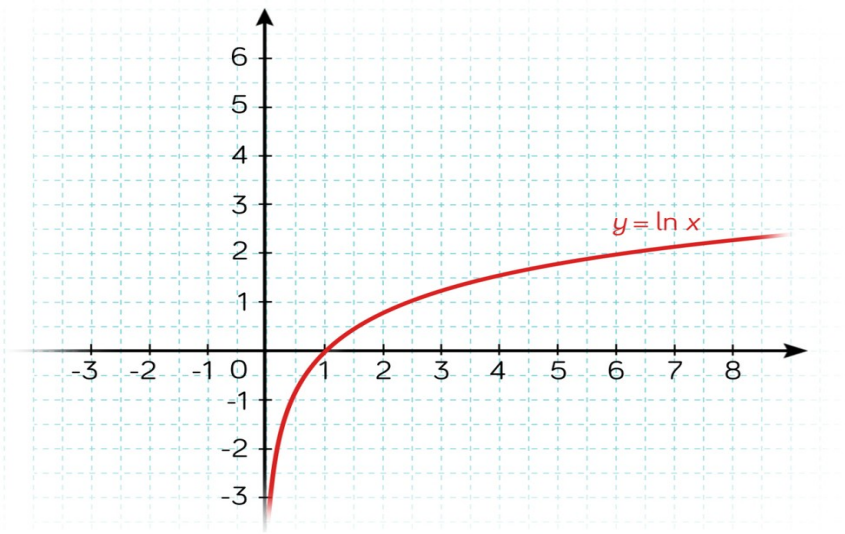
$e^{\ln x}=x \quad \forall x>0 \quad ; \quad e^{\ln x}=x \quad \forall x\in\mathbb{R} \quad ; \quad \ln 1=0 \quad ; \quad \ln e=1$

$\ln a\times b=\ln a+\ln b \quad ; \quad \ln\frac{a}{b}=\ln a-\ln b \quad ; \quad \ln a^n=n\cdot\ln a$

$\ln\sqrt{a}=\frac{1}{2}\cdot\ln a$

2. Etude de la fonction logarithme

a. Représentation graphique



b. Dérivabilité

La fonction logarithme est définie et dérivable sur $]0;+\infty[$:

$$(\ln x)'=\frac{1}{x}$$

La fonction logarithme est strictement croissante sur $]0;+\infty[$

Soit une fonction $u(x)>0$ définie et dérivable sur un intervalle I :

$$(\ln u)'=\frac{u'}{u}$$

c. Egalités et inégalités

$\forall a>0 \quad \forall b>0$

$\ln a>\ln b\Leftrightarrow a>b \qquad \ln a=\ln b\Leftrightarrow a=b \qquad \ln a<\ln b\Leftrightarrow a<b$

c. Limites

$\lim\limits_{x\to 0+}\ln x=-\infty \qquad \lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$

d. Convexe

La fonction logarithme est concave sur $]0;+\infty[$