

Primitives et équations différentielles – Fiche de cours

1. Equation différentielle $y'=f$

a. Primitive d'une fonction continue sur un intervalle

On dit que F est une primitive de f sur I lorsque F est dérivable sur I avec $F'=f$

Toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives sur cet intervalle (à une constante d'intégration près)

b. Primitive des fonctions de références

Fonction	Primitive	Intervalle
$f=a$	$F=ax$	\mathbb{R}
$f=x$	$F=\frac{x^2}{2}$	\mathbb{R}
$f=x^n$	$F=\frac{x^{n+1}}{n+1}$	\mathbb{R}
$f=\frac{1}{x}$	$F=\ln x $	$D_u \cap u \neq 0$
$f=\frac{1}{x^2}$	$F=-\frac{1}{x}$	\mathbb{R}^*
$f=e^x$	$F=e^x$	\mathbb{R}^*
$f=\frac{1}{\sqrt{x}}$	$F=2\sqrt{x}$	$]0;+\infty[$

c. Opération des primitives

Fonction	Primitive	Intervalle
$f=u+v$	$F=U+V$	$D_u \cap D_v$
$f=2u' \cdot u$	$F=u^2$	D_u
$f=u' \cdot e^u$	$F=e^u$	D_u
$f=\frac{u'}{u}$	$F=\ln u $	$D_u \cap u \neq 0$

2. Equation différentielle $y'=ay$

L'équation différentielle $y'=ay$ est appelée équation différentielle linéaire homogène du premier ordre sans second membre.

Les solutions de cette équation différentielle sont de la forme :

$$y(x) = Ce^{ax} \quad C \in \mathbb{R}$$

Pour résoudre C on utilise une condition

3. Equation différentielle $y'=ay+b$ $a \neq 0$

Les solutions de l'équation différentielle $y'=ay+b$ sont de la forme :

$$y(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a} \quad C \in \mathbb{R}$$

Pour résoudre C on utilise une condition