

Probabilités conditionnelles – Fiche de cours

1. Conditionnement

a. Probabilités conditionnelles

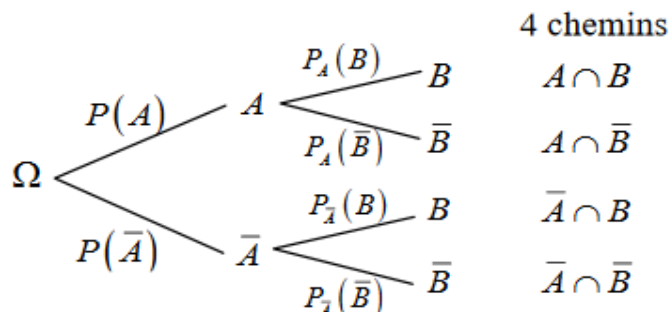
Définition

Soient A et B deux événements d'un univers Ω

On appelle probabilité conditionnelle de l'événement A sachant B le réel :

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

b. Arbre pondéré



Les branches sont pondérées par des probabilités conditionnelles

La somme des probabilités issues d'un même sommet (ou partition) est égale à 1

c. Probabilités totales

Partition :

Les événements A_1, A_2, \dots, A_n forment une partition d'un univers Ω ssi :

- les événements A_1, A_2, \dots, A_n sont 2 à 2 disjoints
- $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$

Définition :

Soit A_1, A_2, \dots, A_n une partition d'un univers Ω , alors :

$$P(B) = P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) + \dots + P(B \cap A_n)$$
$$P(B) = P(A_1) \times P_{A_1}(B) + P(A_2) \times P_{A_2}(B) + \dots + P(A_n) \times P_{A_n}(B)$$

2. Indépendance

a. Événements indépendants

Définition :

Soit A et B deux événements de probabilité non nulle

A et B sont indépendants lorsque la réalisation de l'un ne change pas la réalisation de l'autre

Deux événements A et B sont indépendants ssi :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Lorsque A et B sont deux événements indépendants, alors :

- \bar{A} et B sont indépendants
- A et \bar{B} sont indépendants
- \bar{A} et \bar{B} sont indépendants

3. Inversement du conditionnement

L'inférence bayésienne est un inversement du conditionnement

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)}$$