

# Statistiques à 2 variables - Fiche de cours

## 1. Série statistique à 2 variables

### a. Définition (nuage de points)

On définit une série statistique double en observant deux critères sur une même population de dimension  $n$  :

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

Valeur $x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$
Valeur $y_i$	$y_1$	$y_2$	...	$y_n$

L'ensemble des points de coordonnées  $(x_i, y_i)$ , rapportés dans un repère, forme le nuage de points de la série  $(x, y)$ .

### b. Point moyen

Le point moyen  $G$  de la série statistique est défini par  $G(\bar{x}; \bar{y})$  :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{et} \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

### c. Variance, écart type

Les variances de  $x$  et  $y$  sont définies par :

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{Var}(Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

Les écarts type de  $x$  et  $y$  sont définies par :

$$\sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)} \quad \sigma(Y) = \sqrt{\text{Var}(Y)}$$

### d. Covariance

La covariance de  $x$  et  $y$  est définie par :

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$$

## 2. Ajustement par la méthode des moindres carrés

### a. Coefficient de corrélation

On définit le coefficient de corrélation de  $X$  et  $Y$  par :

$$r = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma(X) \cdot \sigma(Y)} \quad -1 \leq r \leq 1$$

Lorsque  $|r| \approx 1$  le nuage de points peut être approché par une droite d'ajustement linéaire

Lorsque  $|r| \approx 0$  le nuage de points ne peut pas être approché par une droite d'ajustement linéaire

### b. Ajustement linéaire

La droite de régression linéaire par la méthode des moindres carrés a pour expression :

$$y = ax + b \quad \text{avec} \quad a = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\text{var}(X)} \quad \text{et} \quad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

Le point moyen  $G(\bar{x}; \bar{y})$  est placé sur la droite de régression linéaire

### c. Autres ajustements

En posant un changement de variables adapté, il est possible de définir d'autres types d'ajustements :

- exponentiel
- polynomial