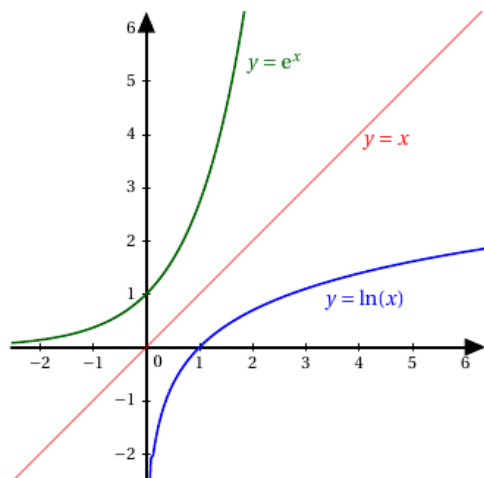


# Fonction logarithme – Fiche de cours

## 1. Définition

La réciproque de  $e^x$  s'appelle fonction logarithme népérien et est définie par :

$$\begin{cases} x \rightarrow \ln x \\ ]0; +\infty[ \rightarrow ]-\infty; +\infty[ \end{cases}$$



## 2. Propriétés

- $x \in ]0; 1[ \ln x < 0$
- $x = 1 \ln x = 0$
- $x \in ]1; +\infty[ \ln x > 0$

## 3. Règles de calcul

$$\forall a > 0 \quad \forall b > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$\ln a + \ln b = \ln(a \cdot b) \quad \ln a - \ln b = \ln\left(\frac{a}{b}\right) \quad n \cdot \ln a = \ln a^n$$

## 4. Liens avec la fonction exponentielle

$$\begin{aligned} \forall a \in \mathbb{R} \quad ; \quad \ln e^a &= a \\ \forall b \in ]0; +\infty[ \quad ; \quad e^{\ln b} &= b \end{aligned}$$

## 5. Equations et inéquations logarithmiques

$$\forall a > 0 \quad \forall b > 0$$

$$\ln a > \ln b \Leftrightarrow a > b \quad \ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b \quad \ln a < \ln b \Leftrightarrow a < b$$

## 6. Limites

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0 \quad \text{pour } n \in \mathbb{N}$$

## 7. Composition de fonction

- Dérivée  $(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (\ln u)' = \frac{u'}{u}$

- Fonction associée

Soit  $u$  une fonction à valeur positives définie sur  $I$   
 $u$  et  $\ln u$  ont les mêmes variations sur  $I$