

# Loi binomiale – Fiche de cours

## 1. Loi binomiale

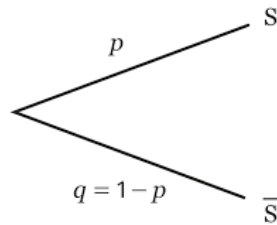
### 1.1. Définitions

#### - Loi ou épreuve de Bernoulli

La loi de Bernoulli est une expérience aléatoire avec 2 issues :

- Succès : probabilité  $p$
- Echec : probabilité  $1-p$

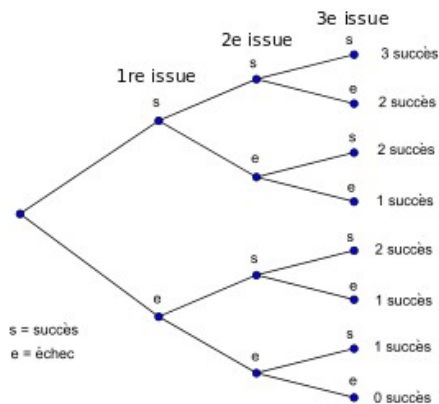
$p$  est appelé paramètre de la loi de Bernoulli



#### - Loi binomiale

Soit  $X$  la variable aléatoire qui compte le nombre de succès

Pour  $n$  répétitions identiques et indépendantes de la loi de Bernoulli de paramètre  $p$ ,  $X$  suit une loi binomiale  $B(n; p)$



### 1.2. Probabilité de la loi binomiale

On souhaite obtenir  $k$  fois le succès lors de  $n$  répétitions pour la variable aléatoire  $X$  qui suit la loi binomiale  $B(n; p)$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

### 1.3. Espérance et écart type

#### - Espérance mathématique

$$E(X) = n \times p$$

#### - Variance et l'écart type

$$V(X) = n \times p \times (1-p) \quad \sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

### 1.4. Propriété de la loi binomiale

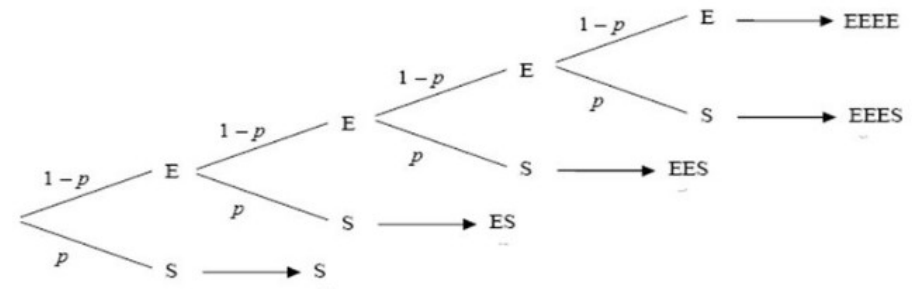
Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit la loi binomiale  $B(n; p)$  et  $0 \leq \alpha \leq 1$  ; alors il existe un intervalle  $I = [a; b]$  tel que :

- $P(X \in I) \geq 1 - \alpha$  ou  $P(a \leq X \leq b) \geq 1 - \alpha$
- $P(X \in I) \leq \alpha$  ou  $P(a \leq X \leq b) \leq \alpha$

## 2. Autres lois de probabilités

### 2.1. Loi géométrique

La loi géométrique est une situation de répétition d'épreuves de Bernoulli jusqu'à obtenir un succès



- **Probabilité de la loi géométrique**

On souhaite obtenir  $k$  fois le succès lors de  $n$  répétitions pour la variable aléatoire  $X$  qui suit la loi géométrique  $G(p)$

$$P(X=n) = p \cdot q^{n-1}$$

- **Espérance et écart type de la loi géométrique**

- Espérance mathématique

$$E(X) = \frac{1}{p}$$

- Variance et l'écart type

$$V(X) = \frac{1-p}{p^2} \quad \sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

## 2.2. **Loi de Poisson**

- **Approximation de la binomiale par la loi de Poisson**

Lorsque  $n \geq 30$   $p \leq 0,1$  et  $np \leq 5$  on dit qu'il y a convergence de loi entre la loi binomiale et la loi de Poisson

- **Probabilité de la loi de Poisson**

Pour la variable aléatoire  $X$  qui suit la loi de Poisson  $P(\lambda)$

$$P(X=k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}$$

- **Espérance et écart type de la loi de Poisson**

- Espérance mathématique

$$E(X) = \lambda$$

- Variance et l'écart type

$$V(X) = \lambda \quad \sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$