

Loi des grands nombres – Fiche de cours

1. L'inégalité de Bienaymé-Tchébychev

a. Variable aléatoire positive

Une variable aléatoire est dite positive ou nulle dans un univers Ω lorsque toutes les valeurs prises par celle-ci sont des nombres réels positifs ou nuls.

b. L'inégalité de Markov

X est une variable aléatoire réelle positive ou nulle d'espérance

$$E(X) \quad ; \quad \forall a > 0 \quad P(X \geq a) \leq \frac{E(X)}{a}$$

c. L'inégalité de Bienaymé-Tchébychev

Soit X une variable aléatoire d'espérance $E(X)$ et de variance $V(X)$

$$P(|X - E(X)| \geq a) \leq \frac{\text{Var}(X)}{a^2}$$

2. Loi des grands nombres

a. L'inégalité de concentration

Soit X une variable aléatoire d'espérance $E(X)$ et de variance $V(X)$

On appelle M_n la variable moyenne avec $M_n = \frac{1}{n} \sum X_i$

$$P(|M_n - E(X)| \geq a) \leq \frac{\text{Var}(X)}{na^2}$$

b. Loi faible des grands nombres

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|M_n - E(X)| \geq a) = 0$$