

Fonction logarithme décimal – Exercices – Devoirs

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

- $10^x = 2$
- $10^x = 3,25$
- $10^x = 7,28$
- $5 \times 10^x = 3,375$
- $3,2 + 2 \times 10^x = 4,5 \times 10^x$
- $-17,3 + 10^x = 5 - 3 \times 10^x$
- $4,5 \times 10^x = 3 \times 10^x + 1$
- $3,4 \times 10^x = 5 \times 10^{2x}$
- $10^{2x} + 4 \times 10^x - 1 = 0$

Exercice 2

Abréviation du terme « potentiel hydrogène », le pH précise si un milieu est acide, neutre ou basique. L'acidité dépend en effet de la concentration en ions hydronium H_3O^+ qui se calcule en fonction du pH par :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}$$

Calculer le pH des liquides suivants.

- Un jus de citron dont la concentration en ions hydronium est de $0,005 \text{ mol.L}^{-1}$.
- Du lait dont la concentration en ions hydronium est de $3,16 \times 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$.
- Du sang humain dont la concentration en ions hydronium est de $4,42 \times 10^{-8} \text{ mol.L}^{-1}$.

Exercice 3

Comparer les nombres suivants :

- $\log(102)$ et $\log(25)$
- $\log(256)$ et $\log(2^9)$
- $\log(10^{3,6})$ et $3,7$

Exercice 4

Donner le signe des nombres suivants :

- $\log(2,5)$
- $\log(0,25)$
- $\log\left(\frac{7}{10}\right)$

Exercice 5

On place une somme de 2 000 euros à intérêts composés au taux annuel de 5,5 %. Les trois affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- La somme disponible dans 5 ans est $2\,000 \times 1,055 \times 5$.
- Pour déterminer l'année à partir de laquelle la somme aura doublé, on peut résoudre l'équation : $1,055^n = 2$.
- La solution de l'équation précédente est $\log\left(\frac{2}{1,055}\right)$.

Exercice 6

Exprimer en fonction de $\log(5)$ et $\log(3)$ les nombres suivants :

- $\log(5 \times 9)$
- $\log\left(\frac{5}{9}\right)$
- $\log(5^3)$
- $\log(3^5)$

Exercice 7

Simplifier les expressions suivantes :

1. $\log(10^5)$
2. $\log(10^{-9})$
3. $\log\left(\frac{10^3}{10^{-2}}\right)$
4. $\log\left(\frac{10^{-2}}{10^{-2}}\right)$

Exercice 8

Exprimer en fonction de $\log(a)$ et $\log(b)$ les nombres suivants :

1. $\log(a^3)$
2. $\log(a^{-5})$
3. $\log\left(\frac{a^2}{b^3}\right)$
4. $\log(a^6 b^3)$

Exercice 9

Écrire les nombres suivants sous la forme $\log(A)$, où A est un nombre réel que l'on précisera :

1. $\log(2) + \log(7) - \log(5)$
2. $\log(3) - 2\log(5)$
3. $\log(3) + \log(7)$
4. $3\log(7) - 7\log(3)$
5. $\log(12) - \log(4) + 2\log(3)$
6. $3\log(2) - 2\log(5) + 5\log(10)$

Exercice 10

La production d'une entreprise diminue de 6 % par an.
En combien d'années sera-t-elle divisée par 2 ?

Exercice 11

On place un capital de 10 000 € à intérêts composés au taux annuel de 0,8 %.

1. Déterminer le capital acquis après 3 années.
2. Montrer que le capital acquis après le premier mois est de 10 006,64 €.
3. Quel est le capital acquis après 5 ans et 4 mois ?

Exercice 12

On place un capital de 12 000 € à intérêts composés au taux annuel de 5 %.

1. Déterminer le capital acquis au bout de 6 ans, 5 mois et 15 jours.
2. En déduire les intérêts acquis pendant cette période.
3. On a acquis 2 205,64 € d'intérêts. Pendant combien de temps le capital est-il resté placé ?

Exercice 13

On place un capital de 15 500 € à intérêts composés pendant 4 ans et demi. un deuxième capital de 16 480 € est lui aussi placé à intérêts composés durant 5 ans et 3 mois au taux annuel de 6 %. Quel doit être le taux de placement du premier capital pour que les capitaux en fin de placement soient identiques ?

Exercice 14

Une balle rebondissante tombe d'une hauteur de 150 m. La hauteur atteinte par la balle diminue de 30 % après chaque rebond.

- Déterminer la hauteur du troisième rebond de cette balle.
- Au bout de combien de rebonds la hauteur du rebond de la balle est-elle de 4 m?
- On considère que la balle est immobile dès que la hauteur du rebond est inférieure à 1 mm.
 - Au bout de combien de rebonds la balle est-elle considérée comme immobile?
 - Déterminer la distance totale parcourue par la balle avant d'être considérée comme immobile.

Exercice 15

Une entreprise décide de produire 4 000 pièces le premier mois et de diminuer sa production de 5 % sa production chacun des mois suivants jusqu'à ce que cette production devienne inférieure à 2 000 pièces afin de s'arrêter.

On note u_n la production au cours du mois n .

- Calculer u_2 et u_3 .
- Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.
- Exprimer u_n en fonction de n .
- Résoudre l'inéquation : $0,95^x \leq 0,5$.
- Indiquer le rang du mois où la production sera arrêtée.

Exercice 16

La vente grand public sur Internet affiche en France une croissance moyenne de 20 % chaque année depuis 2010. En 2010, le chiffre d'affaires est de 2 milliards d'euros.

- Calculer le chiffre d'affaires des années 2011 et 2012.
- Ces chiffre d'affaires successifs sont les premiers termes d'une suite géométrique (u_n) . Indiquer sa raison et son premier terme u_0 .
 - Exprimer u_n en fonction de n .
 - Calculer le chiffre d'affaires prévu en 2015.
- En quelle année le chiffre d'affaires prévisionnel dépassera-t-il 12 milliards d'euros?

Exercice 17

Dans un autocuiseur, la pression p , en atmosphère, est donnée en fonction de la température t , en degré Celsius, par la formule :

$$p = \left(\frac{t}{100} \right)^4$$

- Calculer la pression correspondant à une température de 120 °C puis à une température de 130 °C.
- Calculer la température à un degré près pour une pression de 2 atmosphères puis pour une pression de 1,8 atmosphères.
- L'autocuiseur est muni d'une soupape de sécurité qui limite la pression à la valeur maximale 1,5 atmosphères.

Quelle est la température maximale de l'autocuiseur?

Exercice 18

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \log(1 + 10^x)$.

- Compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

x	0	0,5	1	2	5	10	15	20
$f(x)$								

- Représenter la fonction f dans un repère.
- Par quelle fonction peut-on donner une approximation de la fonction f ?
- Déterminer l'intervalle sur lequel l'écart entre les deux fonctions est inférieur à 10^{-2} .