Suites numériques – Exercices – Devoirs

Exercice 1

1. Combien vaut la moyenne arithmétique de 3 et 33 ?
2. Combien vaut la moyenne géométrique de 5 et 20 ?

Exercice 2

1. On considère la **suite arithmétique** définie sur $\mathbb{N}$, de raison $r = -2$ et de premier terme $u_0 = 15$.
   a) Ecrire u_{n+1} en fonction de u_n.
   b) Ecrire u_n en fonction de n.
   c) Calculer u_1 et u_{10} puis la somme $S_{10} = u_0 + u_1 + \ldots + u_{10}$.

2. On considère la **suite géométrique** définie sur $\mathbb{N}$, de raison $q = 3$ et de premier terme $u_0 = \frac{1}{81}$.
   a) Ecrire u_{n+1} en fonction de u_n.
   b) Ecrire u_n en fonction de n.
   c) Calculer u_1 et u_{10} puis la somme $S_{10} = u_0 + u_1 + \ldots + u_{10}$.

Exercice 3

Pour les questions suivantes, préciser si la suite (u_n) est arithmétique ou non.

1) $u_n = 2n + 3$

2) $u_n = \dfrac{3n+1}{2}$

3) $u_n = n^2 - n$

4) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 + u_n \end{cases}$

Exercice 4

Pour les questions suivantes, préciser si la suite (u_n) est géométrique ou non.

1) $u_n = 5^{n+3}$

2) $u_n = \dfrac{2n+3}{3}$

3) $u_n = 3^n + 3n$

4) $\begin{cases} u_0 = -1 \\ 5u_{n+1} - 2u_n = 1 \end{cases}$

Exercice 5

Calculer les sommes suivantes :

$S_1 = 1 + 2 + 3 + \ldots + 1999 + 2000$ et $S_2 = 2001 + 2002 + 2003 + \ldots + 9998 + 9999$.

Exercice 6

Nathalie a placé, le 1er janvier 2005, 2500 € sur un compte d'épargne rémunéré à 2,25 % à intérêts composés. On note u_n le capital au 1er janvier (2005 + n). On a donc $u_0 = 2500$.

1. Calculer u_1 puis u_2 .
2. Ecrire u_{n+1} en fonction de u_n .
3. La suite (u_n) est-elle arithmétique, géométrique ? Justifier votre réponse. Donner son terme initial et sa raison.
4. Ecrire u_n en fonction de n. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) ; comment nomme-t-on ce type de croissance ?

Exercice 7

Pour tous les calculs de cet exercice, on arrondira au centime d'Euro.

Pierre, nouveau diplômé a deux propositions d'embauche dans deux entreprises différentes. Avant d'accepter une des deux propositions. il effectue une étude sur les salaires proposés par chacune des entreprises.

Partie A : Contrat A :

1. L'entreprise Boss lui propose pour un emploi commençant le 1er janvier 2003, le contrat suivant : le salaire mensuel initial est de 1 180 € et augmente chaque 1er janvier de 12 €.
On note u_0 ce salaire initial, u_1 le salaire au 1er janvier 2006, u_2 le salaire au 1er janvier 2007, u_n le salaire au 1er janvier de l'année 2005+ n.

1. Calculer u_1 et u_2.

2. Quelle est la nature de la suite (u_n)? Justifier votre réponse.
3. a. Exprimer u_n en fonction de n pour tout entier naturel n.
b. Quel serait son salaire mensuel en 2010 ?

Partie B : Contrat B :

L'entreprise Rapido lui propose, pour le même emploi commençant le 1er janvier 2005, le contrat de travail suivant : le salaire mensuel initial est de 1027,50 € et augmente chaque 1er janvier de 3,5%.
On note v_0 ce salaire initial, v_1 le salaire au 1er janvier 2006, v_2 le salaire au 1er janvier 2007, v_n le salaire au 1er janvier de l'année 2005+ n.

4. Calculer v_1 et v_2.
5. Quelle est la nature de la suite (v_n)? Justifier votre réponse.
6. a. Exprimer v_n en fonction de n pour tout entier naturel n.
b. Quel serait son salaire mensuel en 2010 ?

Partie C : Comparaison des contrats A et B :

7. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année le salaire mensuel net du contrat B deviendra supérieur au salaire mensuel net du contrat A.

Exercice 8

Soit (u_n) une suite arithmétique telle que u_5= 75,6 et u_{12}= 58,8.
1. Calculer la raison a et le premier terme u_0 de la suite.
2. Ecrire u_n en fonction de n et de a.
3. En déduire u_{35}.
4. Quel est le sens de variation de la suite (u_n) ? Comment nomme-t-on ce type de croissance ?
5. Déterminer à partir de quel rang on aura $u_n < 20$.

Exercice 9

En 2000, une ville U avait 4000 habitants et la ville S avait 1500 habitants. Depuis cette date, la population de la ville U baisse de 200 habitants par an et celle de la ville S augmente de 400 habitants par an.
On pose $u_0 = 4000$ et on note le nombre d'habitants de la ville U en (2000+ n).
On pose $s_0 = 1500$ et on note s_n le nombre d'habitants de la ville S en (2000+ n).

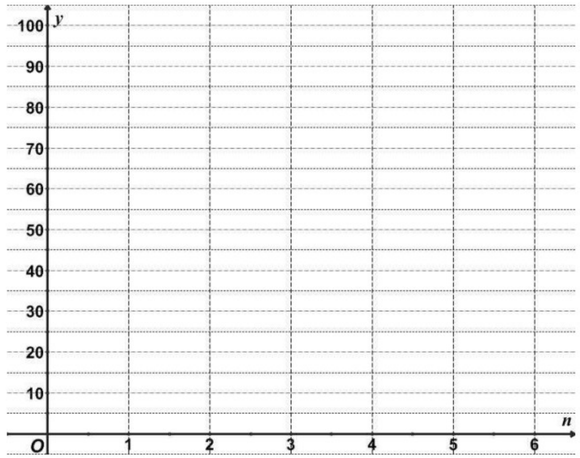
1. Calculer les nombres d'habitants des villes U et S en 2001.
2. Montrer que les suites (u_n) et (s_n) sont arithmétiques et donner leurs termes de rang n.
3. Résoudre l'inéquation $u_n \leq s_n$ et en déduire à partir de quelle année le nombre d'habitants de la ville U est devenu inférieur au nombre d'habitants de la ville S.

Exercice 10

Monsieur X a acheté un lave-vaisselle d'une valeur de 580 € et consulte son assureur. Celui-ci applique une réduction pour vétusté de 15% par an, on obtient ainsi la valeur remboursable de l'année. a. Calculer les valeurs remboursables par l'assureur du lave-vaisselle les trois années suivantes.

Exercice 11

On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 95$ et de raison -10 et la suite géométrique (v_n) de premier terme $v_0 = 5$ et de raison 2.
a. Donner le type de croissance et le sens de variation respectif des suites (u_n) et (v_n). Justifier votre réponse.
b. Calculer puis placer sur le graphique ci-contre, les termes u_0, u_1, u_2, u_3, u_4, v_0, v_1, v_2, v_3 et v_4.
c. Résoudre graphiquement $u_n < v_n$.



Exercice 12

1. (u_n) est suite arithmétique telle que $u_6 = 84{,}2$ et $u_{14} = 54{,}6$.
a. La raison a de cette suite est-elle négative ou positive ? Combien de fois doit-on ajouter cette raison a pour trouver u_{14} à partir de u_6. Calculer alors la raison a. Calculer ensuite le premier terme u_0 de la suite.
b. Ecrire u_n en fonction de u_0 et de a.
c. En déduire u_{21}.
d. Quel est le sens de variation de la suite (u_n) ?
e. Déterminer à partir de quel rang on aura $u_n < 35$.

Exercice 13

1. (v_n) est suite géométrique de raison b= 1,5 et de premier terme $v_0 = 64$.
a. Calculer v_1, v_2 et v_3.
b. Ecrire v_{n+1} en fonction de v_n .
c. Ecrire v_n en fonction de v_0 et de b.
d. Quel est le sens de variation de la suite (v_n) ?
e. Déterminer à partir de quel rang on aura $v_n > 2000$.

Exercice 14

Soit (u_n) une suite définie par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ pour\ tout\ entier\ naturel\ n,\ u_{n+1} = 0{,}2u_n + 4 \end{cases}$

et la suite (V_n) définie pour tout entier naturel par $V_n = u_n - 5$

1. Calculer les 5 premiers termes de la suite (u_n) et de la suite (V_n)
2. Démontrer que la suite (u_n) n'est pas arithmétique
3. Démontrer que la suite (u_n) n'est pas géométrique.
4. Démontrer que la suite (V_n) est géométrique et donner son premier terme et sa raison.
5. Exprimer (V_n) en fonction de n.
6. En déduire une expression de (u_n) en fonction de n.

Exercice 15

Un groupe industriel décide de réduire progressivement sa quantité de rejets de 4% par an. L'objectif du groupe est de diminuer globalement ses rejets, de 50 000 tonnes par an en 2010, à une quantité inférieur à 30 000 tonnes en 10 ans.

1. Quelle est la quantité de rejets du groupe en 2011 ? en 2012 ?
2. On note r_n la quantité de rejets l'année "$2010 + n$".
   a) Exprimer r_{n+1} en fonction de r_n.
   Quelle est la nature de la suite r_n ?
   b) Exprimer alors r_n en fonction de n.
   c) Calculer, à la tonne près, la quantité de rejets en 2020.
   L'objectif global annoncé est-il atteint ?
3. Un taux annuel de diminution de 5% permettrait-il de respecter la norme ?

Exercice 16

On dispose d'une citerne d'un volume de 1500 litres remplie au deux tiers.
Chaque jour, 5% de son contenu s'évapore.
On note v_n le volume d'eau contenu dans la citerne au bout de n jours.

1. Donner la valeur de v_0, le volume initial d'eau dans la citerne, puis de v_1 et v_2.
2. Quelle est la nature de la suite (v_n).
3. Peut-on arroser, après dix jours, 65 arbustes, chacun de ceux-ci nécessitant 10 litres d'eau ?

Exercice 17

On place un capital de 10 000 euros avec intérêts composés au taux de 2,3% par an. Cela signifie que les intérêts d'une année s'ajoutent au capital et produisent à leur tour des intérêts l'année suivante.

On note C_n le capital acquis au bout de n années. En particulier $C_0 = 10\,000$ euros.

1. Calculer C_1, C_2 et C_3.
2. Donner pour tout entier n l'expression de C_{n+1} en fonctin de C_n.
   En déduire que (C_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
3. Donner l'expression de C_n en fonction de n.
4. Au bout de combien d'années le capital initial aura-t'il doublé ?

Exercice 18

En raison de l'évaporation, une piscine perd chaque semaine 3 % de son volume d'eau.
On remplit un bassin avec 90 m^3 d'eau.

PARTIE A

1. Calculer le volume d'eau contenu dans ce bassin au bout de deux semaines.
2. On note V_n le nombre de m^3 d'eau contenu dans ce bassin au bout de n semaines ; on a donc $V_0 = 90$.
   a) Justifier que pour tout entier n, $V_{n+1} = 0{,}97 \times V_n$.
   b) Déterminer la nature de la suite (V_n) puis, exprimer V_n en fonction de n.
3. Au bout de quatre semaines, le bassin a-t-il perdu 12 % de son volume d'eau ?

Exercice 19

En reconnaissant la somme des termes d'une suite géométrique, calculer :

1) $18 + 54 + 162 + \ldots\ldots + 39366$ 2) $2^7 + 2^8 + 2^9 + \ldots. + 2^{21}$

Exercice 20

1) En reconnaissant la somme des termes d'une suite arithmétique, calculer $S_1 = \frac{1}{3} + 1 + \frac{5}{3} + \ldots. + \frac{19}{3} + 7$
2) Calculer $S_2 = 5+2-1-4-7\ldots-34$
3) Calculer la somme des entiers multiples de 7 qui sont plus grands que 100 et plus petits que 1000.