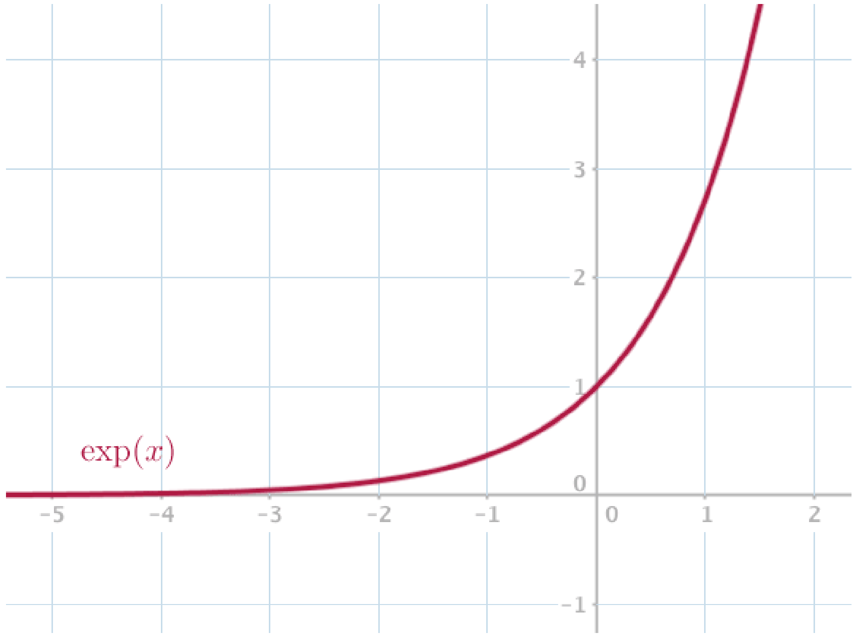
Exponentielle de base e – Fiche de cours

1. Définition

La fonction exponentielle est définie, dérivable et unique sur $\mathbb{R}$ tel que : $f = f'$ et $f(0)=1$; on utilise la notation $\exp(x)=e^x$



2. Etude de la fonction exponentielle

a. Propriétés de construction

$e^x>0 \quad e^0=1 \quad e^1=e\approx 2{,}718$

e^x est croissante sur $\mathbb{R}$

b. Résolution d'équations et d'inéquations

$$e^x=e^a \Leftrightarrow x=a \qquad e^x<e^a \Leftrightarrow x<a \qquad e^x>e^a \Leftrightarrow x>a$$

c. Dérivée et composition

- $\forall x\in\mathbb{R} \quad (e^x)'=e^x$
- $\forall x\in\mathbb{R} \quad (e^{u(x)})'=u'(x)\cdot e^{u(x)}$

d. Propriétés algébriques

$\forall x\in\mathbb{R}\ \forall y\in\mathbb{R}\ \forall n\in\mathbb{N}$

$$e^{x+y}=e^x\times e^y \qquad e^{x-y}=\frac{e^x}{e^y} \qquad e^{-x}=\frac{1}{e^x} \qquad (e^x)^n=e^{n\cdot x}$$

e. Lien avec la fonction ln(x)

La réciproque de la fonction exponentielle est $\ln(x)$

$\forall x\in\left]0;+\infty\right[\quad e^{\ln}(x)=x \quad ; \quad \forall x\in\mathbb{R} \quad \ln(e^x)=x$

f. Limites

$$\lim_{x\to+\infty} e^x=+\infty \qquad \lim_{x\to-\infty} e^x=0 \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^n}=+\infty \qquad \lim_{x\to-\infty} x^n\cdot e^x=0$$