

# Arithmétique - Nombres premiers - Exercices - Devoirs

## Exercice 1

Quel est le plus petit diviseur de :

18 ?      25 ?      51 ?      405 ?

## Exercice 2

Pour chacun des nombres suivants, dire s'il est premier ou non. Expliquer.

24 ?      105 ?      567 ?      31 ?

## Exercice 3

Dresser la liste de tous les diviseurs de 60 ; quel est leur nombre ?

## Exercice 4

1. Donner l'écriture littérale d'un multiple de 21
2. Montrer que tout multiple de 21 est aussi un multiple de 7
3. La réciproque est-elle vraie ? Justifier

## Exercice 5

Ottavia prend soin des fleurs de ses jardinières. Ainsi, elle arrose ses bégonias tous les 6 jours et ses géraniums tous les 4 jours. Aujourd'hui elle a arrosé ces deux variétés de fleurs .

1. Dans combien de temps au minimum arrosera-t-elle à nouveau ces deux variétés ?
2. Dans combien de temps arrosera-t-elle à nouveau ces deux variétés pour la 3<sup>e</sup> fois ?

## Exercice 6

VRAI ou FAUX ? Justifier.

1. 990 est un multiple de 4.
2. 345 et 670 sont premiers entre eux.
3. 120 a exactement 16 diviseurs.
4. 8 divise 116.

## Exercice 7

Dire si les phrases suivantes sont vraies ou fausses en justifiant.

1. 17 est un diviseur de 85.
2. 211 est un multiple de 17.
3. le PGCD de 156 et 132 est 6.
4. 8 ne divise pas 76.
5. 72 a exactement 5 diviseurs.
6. Deux nombres impairs sont toujours premiers entre eux.

## Exercice 8

Mathéo affirme « lorsque le numérateur d'une fraction est un nombre premier, alors cette fraction est irréductible »

Est-ce vrai ? Expliquer.

## Exercice 9

Deux amis discutent :

- AUREL : Belle pêche ! Combien de poissons et de coquillages vas-tu pouvoir vendre au marché ?
- ANTOINE : En tout, je vais pouvoir vendre au marché 30 poissons et 500 coquillages.

Antoine est un pêcheur professionnel. Il veut vendre des paniers contenant des coquillages et des poissons. Il souhaite concevoir le plus grand nombre possible de paniers identiques. Enfin, il voudrait qu'il ne lui reste aucun coquillage et aucun poisson dans son congélateur.

1. Peut-il concevoir 15 paniers ?
2. Combien de paniers au maximum Antoine pourra-t-il concevoir ? Justifier.
3. Quelle sera la composition de chaque panier ? Justifier.

## Exercice 10

À la fin d'une fête de village, tous les enfants présents se partagent équitablement les 397 ballons qui ont servi à la décoration. Il reste alors 37 ballons.

L'année suivante, les mêmes enfants se partagent les 598 ballons utilisés. Il en reste alors 13.  
Combien d'enfants, au maximum, étaient présents ?

### Exercice 11

On a :  $325 = 78 \times 4 + 13$

1. Sans faire de division, donner le quotient et le reste de la division euclidienne de 325 par 78 ?
2. Sans faire de division, déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de 325 par 4 ?

### Exercice 12

Un collège organise un tournoi sportif par équipe pour tous ses élèves. Chaque équipe doit comporter le même nombre de filles et le même nombre de garçons. Les professeurs souhaitent constituer le plus grand nombre possible d'équipes. Il y a 210 filles et 294 garçons.

- a. Quel est le plus grand nombre d'équipes que l'on peut constituer ?
- b. Combien y-a-t-il alors de filles et de garçons dans chaque équipe ?

### Exercice 13

Un ouvrier dispose de plaque de métal de 3,15 m de long et 2,80 m de large. Son patron lui a demandé de découper, dans ces plaques, des carrés tous identiques, les plus grands possibles, de façon à ne pas avoir de perte.

- a. Quelle sera la longueur du côté d'un carré ?
- b. Combien découpera-t-il de carrés par plaque ?

### Exercice 14

Un professeur de musique fait répéter 144 filles et 160 garçons pour un concert de chorale. Il veut faire des groupes de répétition de sorte que :

- le nombre de filles soit le même dans chaque groupe,
- le nombre de garçons soit le même dans chaque groupe,
- chaque choriste appartienne à un groupe.

1. Quel nombre maximal de groupes pourra-t-il faire ?
2. Combien y aura-t-il alors de choristes femmes et de choristes hommes dans chaque groupe ?

### Exercice 15

On a :  $2654 = 40 \times 65 + 54$

Répondre aux questions suivantes sans faire de division et en justifiant.

1. Quel est le quotient et le reste de la division euclidienne de 2 654 par 65 ?
2. Quel est le quotient et le reste de la division euclidienne de 2 654 par 40 ?
3. Quel est le quotient et le reste de la division euclidienne de 2 599 par 40 ?

### Exercice 16

1. Décomposer en produits de facteurs premiers les nombres : 156, 165 et 198
2. Rendre irréductible les fractions suivantes :  $\frac{156}{198}$  et  $\frac{198}{165}$

### Exercice 17

1. Expliquer simplement pourquoi la fraction  $\frac{140}{870}$  n'est pas une fraction irréductible.
2. Décomposez les entiers 140 et 870 en produit de facteurs premiers (détaillez les calculs).
3. Calculer le plus grand commun diviseur de 140 et 870.
4. Rendre alors irréductible la fraction  $\frac{140}{870}$ .

### Exercice 18

Rends les fractions suivantes irréductibles, détaille la démarche.

a.  $\frac{240}{105}$

b.  $\frac{972}{648}$

c.  $\frac{119}{187}$

### Exercice 19

Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un entier relatif.

$$A = \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{1}{6}$$

$$D = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \div \frac{3}{2}$$

$$B = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{5}{2}$$

$$E = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \times \left(7 + \frac{37}{9}\right)$$

### Exercice 20

Calculer en détaillant et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \left(\frac{4}{5} - 2\right) \times \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right)$$

$$B = \frac{2}{3} - \frac{16}{15} \div \frac{2}{9}$$

### Exercice 21

- On considère la fraction  $\frac{190}{114}$ 
  - Expliquer pourquoi cette fraction n'est pas irréductible.
  - Déterminer le PGCD de 190 et 114 par la méthode de votre choix.
  - En déduire la forme irréductible de la fraction  $\frac{190}{114}$ .
- Donner la fraction irréductible égale à  $\frac{294}{735}$ , puis celle égale à  $\frac{741}{403}$ .

### Exercice 22

Calculer en détaillant et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \left(\frac{1}{7} - \frac{2}{5}\right) \div \frac{24}{7} \qquad B = 11 \div \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{2}\right) \qquad C = \frac{-48 \times 45}{65 \times 54}$$

### Exercice 23

- Effectuer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers 2622 et 2530
- Rendre irréductible la fraction  $\frac{2622}{2530}$

### Exercice 24

$$A = \frac{9}{11} - \frac{5}{4} \div \frac{11}{7} \qquad B = \left(-\frac{3}{8} + \frac{5}{7}\right) \div \left(\frac{19}{28} \times \frac{1}{2}\right)$$

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant :

- L'inverse de A, c'est-à-dire  $\frac{1}{A}$  est un multiple de 11
- Le nombre B est un entier
- Les entiers 23 et 47 sont premiers
- Les nombres impairs sont des nombres premiers

### Exercice 25

- Poser la division de euclidienne 361 par 17.
- Ecrire en ligne, la division euclidienne de 361 par 17 : quel est le quotient ?  
Quel est le reste ?

### Exercice 26

Dans une bibliothèque, il y a 360 livres à ranger sur des étagères. Chaque étagère peut contenir jusqu'à 22 livres.

- Combien faut-il d'étagères pour ranger tous ces livres ?
- Combien manque-t'il de livres pour remplir la dernière étagère utilisée ?

### Exercice 27

- Décomposer 132 et 390 en produit de facteurs premiers.
- En déduire la fraction irréductible égale à  $\frac{390}{132}$ .

### Exercice 28

Laura dispose de 42 bonbons à la fraise et de 60 bonbons au citron. Elle veut utiliser **tous** les bonbons, pour réaliser des petits paquets ayant tous le **même contenu**.

- Peut-elle faire 7 paquets ? Justifier.
- Quel est le **plus grand nombre** de paquets qu'elle peut réaliser ?  
Dans ce cas, quelle sera la composition de chaque paquet ?

### Exercice 29

La montre de Joseph sonne toutes les 15 heures et celle de Zoé sonne toutes les 21 heures. Les deux montres ont sonné ensemble le 1er octobre à 17h30.

A quelle date et à quelle heure sonneront-elles ensemble de nouveau ?

### Exercice 30

- Le nombre de marches d'un escalier est compris entre 40 et 80.
- Si on compte les marches deux par deux, il en reste une.
  - Si on compte les marches trois par trois, il en reste deux.
  - Si on compte les marches cinq par cinq, il en reste quatre.

Quel est le nombre de marches de cet escalier ?



### Exercice 31

Un nombre pair s'écrit  $n = 2 \times p$  ( $p$  étant un nombre entier),  
et un nombre impair s'écrit  $n = 2 \times p + 1$ .  
On considère deux entiers  $a$  et  $b$  positifs.

1. La somme  $a + b$  est-elle paire? impaire? (tester  $a$  et  $b$  pairs;  $a$  et  $b$  impairs;  $a$  pair et  $b$  impair)
2. Le produit  $a \times b$  est-il pair? impair? (tester  $a$  et  $b$  pairs;  $a$  et  $b$  impairs;  $a$  pair et  $b$  impair)

### Exercice 32

Démontrer que pour tout nombre entier impair naturel  $n \geq 5$ ,  $n^2 - 1$  est un multiple de 4

### Exercice 33

Dans une course automobile, deux voitures partent en même temps sur la ligne de départ à 13 h 00.  
Cette course s'effectue en 12 tours de circuit.  
La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes et la voiture B met 30 minutes.

1. A quelle heure est arrivée la première de ces deux voitures?
2. Combien de fois se seront de nouveau croisées les deux voitures sur la ligne de départ pendant la course?

### Exercice 34

Le capitaine d'un navire possède un trésor constitué de 69 diamants, 1 150 perles et 4 140 pièces d'or.

1. Décomposer 69; 1 150 et 4 140 en produits de facteurs premiers.
2. Le capitaine partage équitablement le trésor entre les marins.  
Combien y-a-t-il de marins sachant que toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués?

### Exercice 35

1. Le nombre 588 peut se décomposer sous la forme  $588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$ .  
Quels sont ses diviseurs premiers, c'est-à-dire les nombres qui sont à la fois des nombres premiers et des diviseurs de 588?
2.
  - a. Déterminer la décomposition en facteurs premiers de 27 000 000.
  - b. Quels sont ses diviseurs premiers?
3. Déterminer le plus petit nombre entier positif impair qui admet trois diviseurs premiers différents. Expliquer votre raisonnement.

### Exercice 35

1. Décomposez les entiers 756 et 441 en produit de facteurs premiers (détaillez les calculs).
2. Calculer le plus grand commun diviseur de 756 et 441.
3. Rendre alors irréductible la fraction  $\frac{756}{441}$ .

### Exercice 36

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant soigneusement la réponse.

#### Affirmation 1

La somme de deux nombres impairs est un nombre impair.

#### Affirmation 2

La somme de deux nombres pairs est un nombre pair.