Arithmétique – Nombres premiers – Fiche de cours

1. Multiples et diviseurs

Soient a et b deux nombres entiers non nuls.
Si l'on a : $a=k\times b$ avec k nombre entier

On dit que :
- a est un multiple de b
- b est un diviseur de a

Vocabulaire :
PGCD : plus grand commun diviseur
PPCM : plus petit commun multiple

Méthode : Déterminer tous les diviseurs d'un nombre entier N
On teste la division entière avec tous les nombres entiers compris entre 1 et $\sqrt{N}$

2. Division euclidienne

Définition : Soient a et b deux nombres entiers non nuls.
Réaliser la division euclidienne de a par b c'est déterminer le couple de nombres entiers positifs q et r tels que :

$$a=b\times q+r \quad \text{avec} \quad r\ 0\leq r<b$$

3. Critères de divisibilité

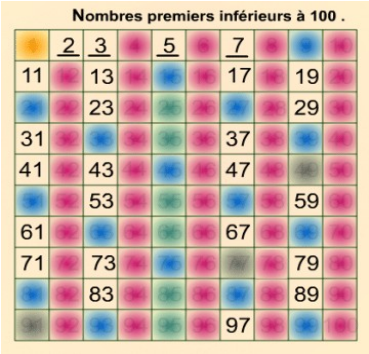
- divisibilité par 2 : le chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8 (nombre pair)
- divisibilité par 3 : la somme des chiffres est un multiple de 3
- divisibilité par 4 : les deux derniers chiffres sont multiples de 4
- divisibilité par 5 : le chiffre des unités est 0 ou 5
- divisibilité par 9 : la somme des chiffres est un multiple de 9
- divisibilité par 10 : le chiffre des unités est 0

4. Les nombres premiers

Définition : Un nombre est premier s'il a 2diviseurs 1 et lui-même.

Premiers nombres premiers : 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41

Crible d'Euratostène : Le crible d'Euratostène indique les nombres premiers inférieurs à 100
- on écrit la liste de tous les nombres jusqu'à 100
- on élimine 1, - on souligne 2 et on élimine tous les multiples de 2
- puis on fait de même avec 3, 5 et 7



Décomposition en facteurs premiers :
Tout nombre entier n peut s'écrire comme un produit de nombres premiers

5. Parité des nombres

Nombres pairs : Les nombres pairs positifs sont définis par n=2k k $\in\mathbb{N}$
Nombres impairs : Les nombres impairs positifs sont définis par n=2k+1 k $\in\mathbb{N}$

6. Fractions irréductibles

Une fraction est dite irréductible, lorsque le diviseur commun au numérateur et au dénominateur est 1.

Méthode : Pour écrire une fraction sous forme irréductible on décompose le numérateur et le dénominateur sous la forme d'un produit de nombres premiers et on simplifie.