

# Arithmétique - Nombres premiers - Fiche de cours

## 1. Multiples et diviseurs

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres entiers non nuls.

Si l'on a :  $a = k \times b$  avec  $k$  nombre entier

On dit que :

- $a$  est un multiple de  $b$
- $b$  est un diviseur de  $a$

Vocabulaire :

PGCD : plus grand commun diviseur

PPCM : plus petit commun multiple

Méthode : Déterminer tous les diviseurs d'un nombre entier  $N$

On teste la division entière avec tous les nombres entiers compris entre 1 et

$$\sqrt{N}$$

## 2. Division euclidienne

Définition : Soient  $a$  et  $b$  deux nombres entiers non nuls.

Réaliser la division euclidienne de  $a$  par  $b$  c'est déterminer le couple de nombres entiers positifs  $q$  et  $r$  tels que :

$$a = b \times q + r \quad \text{avec} \quad r \quad 0 \leq r < b$$

## 3. Critères de divisibilité

- divisibilité par 2 : le chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8 (nombre pair)
- divisibilité par 3 : la somme des chiffres est un multiple de 3
- divisibilité par 4 : les deux derniers chiffres sont multiples de 4
- divisibilité par 5 : le chiffre des unités est 0 ou 5
- divisibilité par 9 : la somme des chiffres est un multiple de 9
- divisibilité par 10 : le chiffre des unités est 0

## 4. Les nombres premiers

Définition : Un nombre est premier s'il a 2 diviseurs 1 et lui-même.

Premiers nombres premiers : 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41

Crible d'Eratostène : Le crible d'Eratostène indique les nombres premiers inférieurs à 100

- on écrit la liste de tous les nombres jusqu'à 100
- on élimine 1, - on souligne 2 et on élimine tous les multiples de 2
- puis on fait de même avec 3, 5 et 7

Nombres premiers inférieurs à 100 .

	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>5</u>	<u>7</u>		
11		13		17		19
		23				29
31				37		
41		43		47		
		53				59
61				67		
71		73				79
		83				89
				97		

Décomposition en facteurs premiers :

Tout nombre entier  $n$  peut s'écrire comme un produit de nombres premiers

## 5. Parité des nombres

Nombres pairs : Les nombres pairs positifs sont définis par  $n = 2k$   $k \in \mathbb{N}$

Nombres impairs : Les nombres impairs positifs sont définis par  $n = 2k + 1$   $k \in \mathbb{N}$

## 6. Fractions irréductibles

Une fraction est dite irréductible, lorsque le diviseur commun au numérateur et au dénominateur est 1.

Méthode : Pour écrire une fraction sous forme irréductible on décompose le numérateur et le dénominateur sous la forme d'un produit de nombres premiers et on simplifie.